



TITLE:

道路網交通流に関する基礎的研究：
交通量配分理論を中心として(
Dissertation_全文)

AUTHOR(S):

飯田, 恭敬

CITATION:

飯田, 恭敬. 道路網交通流に関する基礎的研究：交通量配分理論を中心として. 京都大学, 1972, 工学博士

ISSUE DATE:

1972-07-24

URL:

<https://doi.org/10.14989/doctor.r2109>

RIGHT:

道路網交通流に関する基礎的研究

(交通量配分理論を中心として)

昭和 47 年 3 月

飯 田 恭 敬

道路網交通流に関する基礎的研究

(交通量配分理論を中心として)

昭和 47 年 3 月

飯 田 恭 敬

序

道路網交通流の理論は、交通施設計画や交通運用計画の策定の際における基礎的理論の1つとして重要な地位を占めており、市民生活や経済活動が円滑に営まれるためにも果たす役割はきわめて大きいと考えられる。本研究はこうしたことの重要性にかんがみで行なったものである。

道路網に関する理論としては、経路選択理論ともいわれる交通量配分理論が中心となっており、これまで数多くの研究がなされてきている。しかしながら、道路網交通流の現象は複雑であり理論的にはとらえ難い面も多くあって体系化されていないのが現状である。そこで本研究においては、配分原則という立場にたって、これらの各原則に対する配分計算法を新たに開発し、あわせてこれらを統一的に論じて体系化しようと試みるものである。さらに、実用的な見地から各配分原則に対する近似計算法も提示する。

一方、道路網交通流の理論としては、道路網の容量に関する考察も重要である。しかし本研究では、道路網の絶対最大容量ではなく、交通流がある配分原則に従って流れたときの容量を対象としている。このほうがより現実的と思われるからである。

本研究を行なうにあたって終始御指導と御鞭撻を賜わった京都大学工学部米谷栄二教授、京都大学工学部佐佐木綱教授、ならびに多大の便宜をはかっていただいた金沢大学工学部小堀為雄教授に対し深甚なる謝意を表するとともに、本研究に対して御助力と御討議をいただいた京都大学工学部交通土木工学教室交通施設計画学および運輸交通計画学研究室の諸兄に対し心より感謝の意を表する次第である。

昭和47年 3 月

飯 田 恭 敬

道路網交通流に関する基礎的研究

—交通量配分理論を中心として—

目 次

序

第1章 緒 論	1
1. 1 交通量配分の意義	1
1. 2 本研究の目的	6
1. 3 従来の研究における問題点と本研究の概要	6
第2章 交通配分解析にあたっての基本的事項	13
2. 1 グラフとネットワーク	13
2. 2 シングルコモディティとマルチコモディティ	13
2. 3 解析における変量の取扱いとその特徴	15
2. 4 評価関数と容量関数	19
2. 5 交通量配分の原則について	22
第3章 時間比原則配分	25
3. 1 概 説	25
3. 2 従来モデルの考え方	26
3. 3 時間比配分モデルの一般式	28
3. 4 解の一意性とその計算法	30
3. 5 計 算 例	37
3. 6 結 語	47
第4章 等時間原則配分	49
4. 1 概 説	49
4. 2 等時間原則の定義とその意義	51
4. 3 従来研究とその問題点	52
4. 4 パスフローによる等時間配分の定式化	54
4. 5 等時間原則配分における2つの立場	59

4. 6	等時間経路の探索と第1次配分法	61
4. 7	等時間で流れる経路パターンの検討	63
4. 8	パスフローによる等時間配分の計算例	64
4. 9	第1次配分によっては求解困難な例	72
4. 10	カット法による等時間配分の定式化と一般的な適用性	74
4. 11	等時間条件式およびカット条件式の行列表現と探索法	78
4. 12	カット法による配分計算のアルゴリズム	85
4. 13	容量関数が非線型の場合の計算法	111
4. 14	結 語	112
第5章	総走行時間最小化原則配分	114
5. 1	概 説	114
5. 2	従来の研究	115
5. 3	2次計画法とWolfeの解法	117
5. 4	アークフローによる配分法	121
5. 5	ルートフローによる配分法	128
5. 6	容量制約を有するときの配分法	138
5. 7	結 語	142
第6章	各配分原則の近似計算法および配分原則の適用について	143
6. 1	概 説	143
6. 2	時間比配分における収束計算法と分割計算法	144
6. 3	時間比原則と等時間原則の関係	149
6. 4	等時間原則と総走行時間最小化原則との関係	154
6. 5	改良分割法	156
6. 6	各配分原則の評価における問題点とその適用について	157
6. 7	結 語	159
第7章	道路網の最大容量について	160
7. 1	概 説	160
7. 2	従来の研究	162
7. 3	本研究における道路網容量の定義	165
7. 4	道路網の非連結性の検定方法	167
7. 5	計 算 例	176
7. 6	結 語	178
第8章	結 論	181

第1章 緒 論

1.1 交通量配分の意義

交通量配分は車両の走行時における経路選定の問題ともいわれており、その直接の目的はある起終点（OD）を持った交通が道路網内をいかに運行していくかを知るとともに、各道路区間上の交通量を推計し、道路網の妥当性や道路巾員等を検討することにある。

交通量配分はこのように本来自動車交通を対象としたものであるが、その車種は多種多様であり、また、運転者の経路選択における判断基準も一様ではない。しかし、本論文では交通量配分に関する基本的方法論を研究開発し、また既存の配分手法を統一的に論じることにより主眼があるため、従来の多くの配分法と同様、車種は同一車種に限定し、運転者の経路選択における判断基準も個人差がないものと仮定して論を進めることにする。

一般に運転者が経路選択を行なうときは、走行時間のより短い経路を選択する傾向にあるが、走行時間は交通量の増加にともなって変化するものであるし、運転者はすべての可能な経路についてその走行時間を知っている訳でもなく、日頃の走行経験（時間、快適さ、安全性等）の積重ねなどによって、その時々に応じた主観的判断にもとづいた経路決定を行なっているにすぎない。したがって、普通に交通量配分モデルという場合は道路網上の交通流を時々刻々表現しようとするものではなく、ある定まったOD交通量のパターンが何回となく繰返されて道路網に流入される場合に、実現するであろうと思われる期待値的な交通量を示すにすぎない。しかし、近い将来道路運用管理者と道路網上を走行している各運転者との間で、交通状況や経路指定に関する情報交換が容易に行なえるようになれば、こうした交通量配分モデルも実時間的な面で活用されていくであろう。

たとえば、路線案内制御といったような交通制御方式も、もうすでに技術開発の段階に達しており¹⁾、これが現実実施された場合、その中で配分理論の性格は従来の期待値表現からはなれて、時々刻々の交通経路誘導という方向へ変っていき、その果た役割はきわめて大きいと考えられる。

交通量配分理論は、すでに述べたような運転者の経路選択における各種情報のあいまいさと、交通量が増加すれば走行時間も増大するという性質、および道路の容量の取扱いをどうするかということがその主要な課題になっており、これによって方法論の展開がかなり異ってくる。本論文の中では、著者は、情報があいまいで判断がばらついているとしたときを時間比配分モデルとして考え、情報が完全であるとしたときを等時間配分モデルとして考察している。また、走行時間と交通量の関係については、走行時間と交通量との間に関係なしとした場合（すなわち、flow-independent model）、および両者間に関係ありとした場合（すなわち、flow-dependent model）が考えられ、10年位前までは数学的取扱いの簡便さゆえに、もっぱらflow-independentで行なわれることが多かった。しかし、交通混雑が頻発する段階になってからは、現実の交通量を説明できなかったり、走行時間決定における論理性の欠如のため、flow-dependentモデルの開発に主力が注がれている。すでにflow

ー dependent モデルもいくつか提案されているが、いずれもこれから解決せねばならない困難な問題を数多く残しているのが現状であり、その早急な理論の確立が持たれているのである。

一方、これらの経路選択における計画者の主体的意志を考慮した配分モデルもあり、このモデルは輸送計画的配分ともいわれている。その目的は、網全体から見た走行効率最大、たとえば総経費あるいは総走行時間を最小にするところにある。しかし、このモデルは運転者の経路選択における主観的判断を考慮した上記の交通量配分モデルとは明確に区別して考えるべきものである。本論文では、この輸送計画的モデルも交通量配分モデルとして考察することにし、以後は輸送計画的配分を総走行時間（あるいは費用）最小化配分とよぶことにする。

ところで、実際のOD交通量は時々刻々不規則な変動をしているが、1日についてみると朝夕の通勤時にピークが見られるようなある種の規則的な分布形をなしている。したがって、交通量配分に際してインプットされるOD交通量は、時々刻々あるいは1日総計としての交通量ということではなく、比較的交通量が安定していると思われる時間帯、すなわち、通勤時間帯とか業務時間帯とかに区分して与えられるのがふつうである。つまり、その時間帯についてのOD交通量は定常であるとして取扱いうる範囲の中で配分手法が適用されるのである。

なお、交通量配分理論は現象の複雑さのために、これまでいろんな観点から研究がなされているがその経過についてはすでに文献がいくつかあるので、²⁾本文では重複をさせて詳細に述べることはさけることにする。

さて、交通量配分理論は道路網内の交通流の挙動を分析把握するものであるため、交通計画の策定に際して必要な基礎的理論の一つとなっている。

交通計画は交通施設計画と交通運用計画を包摂したものであって、その範囲はきわめて広い。普通には交通施設計画は、道路網、街路網、高速道路網、鉄道網、各種交通機関ターミナル、駐車場といった交通施設の建設を対象としたものをいい、交通運用計画は右左折禁止や一方通行等の交通規制の問題、平面街路や高速道路等の交通制御といった管理運用を対象としたものをいう。つぎに、これらとの関係において交通量配分の意義を述べることにする。

交通施設の規模や配置を決定するとき、その施設に対する需要量が重要な決め手となってくことはもちろんであるが、同時にその施設建設にともなう全体の交通現象へのフィードバックをも検討しておかなくてはならない。まず、需要の予測についてであるが、需要量は競合施設との相対的なサービス水準や、それらの供給量の多少によって異なってくるだろう。また逆に、サービス水準は需要量そのものによっても変わってくる。さらには、個々の施設のサービス水準は、対象としている施設のみならず、それに隣接あるいは関連している他の諸施設の容量をも考慮しておく必要がある。こうすることによって、その計画案が実現されたとき全体としての交通現象もあわせて検討できる。このような需要予測モデルを用いてこそはじめて施設計画における代替案が、全体的な見地から客観的に評価され、計画の実行可能性も現実味を帯びてくるものと思われる。

これをいま、新しい道路路線の建設計画を行なう場合を例にとりて考えてみよう。ただし、このと

き工事費の面については一応考えないことにする。この計画は要するに、どの程度の巾員のものをどこに建設するかという規模配置の決定の問題であるが、それには計画しようとする各種代替案に対してそれぞれの交通需要量を把握することがまず必要である。その場合、巾員や路線選定によって既存の競合路線に対する走行時間や快適さあるいは安全性といった相対的な交通状況の良悪の程度が異なるので、需要量は当然それらによって左右されてくる。しかし反面、交通状況の良悪は需要量そのものによっても決まってくる。したがって、もしこのような需要量と交通状況の相互関係が考慮されずに計画がなされると、道路の供用開始と同時に交通量が殺到し、たちまち交通渋滞を引起して、その道路本来の機能が維持できなくなるといったようなことにもなりかねない。また、この計画の際には、関連する道路や交差点など他の諸施設の容量も考慮に入れておくことはきわめて重要である。というのは、関連諸施設の隘路のために、当初の計画目標が達成されなかったり、逆に、新規道路の出現によって周辺における一部関連施設の状況がかえって悪化したりすることが考えられるからである。その他、大量輸送機関への影響など、交通形態の変化も検討しておくことも忘れてはならないだろう。このように総合的な見地から、現状交通施設とのバランスを著しく損わないよう、種々の制約条件のもとで、需要量に見合った適正な規模での道路計画がなされなければならない。こうした中で、交通量配分理論は、各種交通施設の需要量との関係において重要な意味をもつものである。

他方、交通運用計画は、ネットワーク交通をどのように流せば全体としての効率や安全性が高められるかといった問題を取扱うものである。しかし、全体の効率を高めるとはいつても、現実には個々のトリップをコントロールできる場合はほとんど考えられず、運転者は主観的な判断で各人にとって最も損失の少ないと思われるようなトリップ行動を行なっている。したがって、交通運用計画における「どのように流すか」ということの意味は、単に効率が最大になるように流すということではなく、個々人の経路選択における主観的判断を認めた上で、現実の交通流を種々の施策によっていかに効率のよい流れに近づけるかということである。こうして交通量配分理論は、ネットワーク交通流が実際どのように流れるかを把握するためのものであることを考えると、その交通運用計画における意義は自ずと理解されるであろう。

この他、交通量配分理論は交通網よりみた都市活動規模の限界を検討するうえでも重要な役割を果たす。最近では超高層ビル、大住宅団地、流通センターといった大規模プロジェクトが次々と実施されており、都市の様相は急テンポで変遷を続けていっている。こうした大規模プロジェクトからの発生あるいは集中交通量は膨大であるため、これらの関連交通量がよほど巧みに処理されないと、既存の交通施設に過度の負担をかけたり、または処理しきれないとすると、プロジェクトそのものの実現性も阻害されることになって、その結果都市活動に著しい混乱を引起すことにもなりかねない。また、最近各地で交通流の円滑化をはかるため、一方通行システムが実施されはじめているが、一方通行をすればそれだけ迂回交通も増えるので、もしこうした交通規則が無計画に行なわれるとしたら道路網全体でさばき得るトリップ数を低下させることも考えられるので、近い将来かえって交通混乱が激化するおそれもある。

これらの問題は結局、ネットワークの容量に関することで、その各所におけるサービス水準が交通量によってどのようになるかという評価分析法が確立されれば検討できることである。しかしこの場合、網の最大容量は当然のことながら、個々のOD交通の運行がどのように行なわれるかによって異なってくるので、本文においてはトリップ運行は各運転者の主観的判断にもとづいて行なわれるものとして議論を進めることにする。したがって、本論文でいう網の最大容量は、各トリップを最大容量を満たすように運行させるとした絶対最大容量を指しているものではなく、それぞれ固有のODをもったトリップが自身にとって最も好都合のように走行した場合、どのODトリップも各経路の容量以下の状態で走行できるかなり円滑な状態で走行可能な最大トリップ数をいう。ただし、このときOD交通量の相対比は固定されているとする。また総走行時間最小化原則で交通量を配分するときもまったく同じようにして取扱うことができる。

このように、網容量の評価分析は交通量配分理論ときわめて関連の深いことがわかる。また、こうして網容量の評価分析法が確立されると、網容量の増大をはかる計画は、これらを応用することによって可能となる。

以上述べてきたように、交通量配分理論は交通施設計画や交通運用計画を策定する際の、基本的な方法論として重要な役割を果たすものであるが、直接的には現象記述モデル、すなわち、需要予測モデルとして考えるべきものといえる。

ここで需要予測モデルとしての交通量配分の方法について少し考えておこう。需要予測の一般的な方法としては、統計的に資料を詳細に分析し、その結果として得られたパターンをそのまま延長するといった方法がこれまでよく用いられてきた。その1つの例としては回帰分析による方法がある。この方法は需要を喚起すると思われる要因をいくつか回帰方程式を決定し、予測はこれらの回帰変数に別個に決定された値を投入することによって行なう方法である。しかしこの場合、重相関係数の値がいくら1に近い回帰方程式が決定できたとしても、それは単に過去の実績データに関してのみよく適合するということで、統計資料の範囲外に対してはその保証があるとはいえない。要するに、回帰予測モデルはその回帰係数に関する厳密な意味づけができないことのほか、これが固定されているので、いわば仮想的に組立てられた構造をもとにした現状型予測モデルといえるものである。しかし、諸条件の変化があまりないと考えられる場合ならともかく、実際にはこうした構造が不変であるという仮定を認めることは困難である。特にわれわれが対象とする空間的な社会現象を取扱うときは一層その感が強い。いま、回帰分析による方法で交通量配分を行なってみるとしよう。この場合は、経路評価値をあらわす回帰方程式にそれぞれある値を与えることによって、各経路の交通需要量が算定される。そして、このモデルにおいては需要量と評価関数は一時的な関係だけで規定されているので、評価値さえ高ければ需要量はいくらでもはりつけるようになっている。ところが、実際には経路評価値はその需要量によっても決まってくるものであり、通常経路需要量が多くなるにしたがって走行速度が低下し、交通渋滞が頻発するようになるので、その経路評価値は下がってくる。また、各道路区間には容量制限が存在するので、需要量が無制限に実現化することもあり得ないことである。さらに、ある

OD交通に関する各経路交通量は他のOD交通によっても影響を受けるので、この点に関する考慮も必要である。このように、回帰分析手法による需要予測モデルは種々の論理的欠陥を有しているが、モデルの性質から考えてこれらを克服することはきわめて困難である。したがって、最近では交通量配分をこのような回帰分析によって行なうことはほとんどなくなっている。

そのため、交通量配分にかぎらずこういった点を考慮して、供給量に対する需要量とのバランスを示すサービス水準、いいかえると、需要量に対する容量の概念を内包した需要予測モデルの研究がかなり以前から努力されてきている。こうした方法論の開発に一般的に共通することは、現象が生起するための個々の要素間の結びつきを定量的な因果関係で捉え、これらを方程式体系に組み込むことによって現象を記述しようとするものである。このようなモデルを用いてこそ交通計画における需要予測の要求に応えることができるものと思われる。交通量配分問題は数多くある社会現象のうちでも、このような考え方に従ってアプローチが可能である比較的容易なものの1つと考えられる。

ところで、交通計画の対象となる居住地や従業地の人口分布、あるいは都市内の交通現象そのもの等といった空間的な社会現象は時点の経過と共に変化していく。これは新たな需要量の実現されることによって引き起こされる対象地域あるいは施設の状態変化にともなう評価値の変化もさることながら、同時にそれらを取りまく諸条件の変化をとまなうからに他ならない。たとえば、道路網交通流を例にとって考えてみると、ある時点で新しく発生するトリップ群は既存の交通量による交通状況から判断して自分自身にとって最も都合の良いと思われる経路選択を行なう傾向があり、このようにある時点の現象はその前の時点の現象を情報基盤として生起するといったことが逐次繰返されていく。このとき、ある時点において有利であった経路がつぎの時点においてもやはりそうであるとは限らない。また、ある路線の交通需要が多いと幅員を拡大したり、別に路線を新設したりすることがしばしば行なわれるが、その結果交通状況はまた異なったものとなって現われる。このようにして、道路網内の交通現象は道路区間交通量の相対比で見るとその動態は時の経過とともに変化していく。

したがって、これらの諸条件を操作すれば、現象の動態をある程度コントロールすることも可能と考えられるので、こうしたコントロールがシミュレーション的に簡単に実験できるようになるためにも、上記のような因果関係が定量的に捉えられた方程式体系による現象記述モデル、すなわち、需要予測モデルの開発は今後一層その必要性を高めてくるものと思われる。

また、交通量配分理論は別各経路選択理論といわれるように、他の選択理論に対しても共通するところが少なくないので、そういった面でも参考となるところがあると思われる。

以上述べてきたように、需要予測のあり方についてはその対象によっても異ってくるので一概にはいえないが、交通量配分のようなある一定の容量をもった空間内での現象に限っては、需要量に対する容量の概念が考慮された方程式体系の需要予測モデルが望しいといえよう。

1.2 本研究の目的

交通施設計画あるいは交通運用計画を策定するにあたっては、各地点を通過する交通量と同時に、それらがどのようなOD交通から構成されているかを知る必要がある。その際、もしどこかで社会的経済的に不都合な面あるいは交通運用上障害となる面が見出されたときには、計画そのものを変更するか、既存施設の改良を行なうかしなければならないことになる。したがって、交通量配分理論は交通施設計画あるいは交通運用計画を立案する際に、基礎的な理論としての役割を果たすことになる。しかし、交通量配分理論では取扱う対象が個性のある人間としての運転者であるということもあって、経路選択の仕方は一様でなく、それも不確かな情報による主観的な判断によって行なわれている等、科学的に論理づけにくい面も多くあって確たる方法論のないのが現状である。それゆえ配分理論においては、各運転者の経路選択における決定要因は同一であるとか、道路網全体として見れば交通流はある原則に従って流れているとかいったように、ある仮定や前提のもとに論理が構成されており、したがって実際面に応用する場合でもこの点をよく認識し、その限界を知ることが必要である。

交通量配分に関する理論的發展を阻んできた大きな要因は、価値基準が千差万別な人間の行動形態をその中で取扱っているため、現象を全体としてみたときの法則性が明確でなかったことであろう。これまで種々の配分モデルが数多く提案されているのもこうしたことに起因しているとも考えられる。さらに、数学的取扱いの困難さが大きな壁となっていたことも事実であろう。その第1点は、交通量配分では個々のOD交通量が固有のものであるため、マルチコモディティフローとして取扱わねばならず、一点集中型として扱える通勤交通のような特殊な場合を除いては、水や電気においてよく用いられるシングルコモディティフローとしての取扱いが困難であった点である。第2点は経路選択を左右する経路評価値そのものが交通量によって変化すること、すなわち、交通量の増加にともなって走行時間増の割合も増大する非線型関係の存在であり、第3点は、取扱う変数の数が膨大であることが実用的な面での障害となっていることである。

本研究では、交通流は時間比原則、等時間原則、あるいは総走行時間最小化原則といった配分原則に従って流れることを前提とし、これまでに残されてきた上記の課題の解決に努めるとともに、新しい方法論の確立を目的としている。したがって、本論文で取扱われる交通量配分モデルはすべてマルチコモディティフローとして考察されており、容量を考慮した非線型モデルが対象となっている。また、これらの交通量配分法を用いて、交通網全体における最大容量の評価法をも提案するものである。さらに、これら配分諸原則間の関連性についてふれ、あわせて各配分原則の評価上における問題点を論じ、実際問題に適用される場合の使いわけについて考える。その他、交通量配分法を実用的な見地から考慮し、上記配分諸原則に関する近似計算法を提示する。

1.3 従来の研究における問題点と本研究の概要

交通量配分理論はすでに述べてきたように社会現象の一部でもあるので、今日まで交通の流れ方に対して種々の法則性を仮定した上でいろいろの観点から数多くの方法論が提示されている。この仮定

される流れ方は配分原則といわれているが、これらは時間比、等時間、総走行時間最小化の3つの原則にまとめることができよう³⁾。しかし従来、これら配分諸原則の相互関係についてはほとんど議論されることはなく、別個にそれぞれ独立して取扱われてきた。また、解の性質などから見たこれら配分原則の評価における問題点についても論究されたものはほとんど見当らないようである。一方、日常の経験を通じた直観的な発想をもとにした配分法もあり、これらは実用ということに重点がおかれたあまり、その理論的根拠や背景、あるいは方法論そのものの論理づけについてはあまり深く追究されることはなかったように思われる。本研究では、こうした多種多様な交通量配分に関する方法論の体系化につとめるとともに、新しい方法論の確立を目的として、以下のような内容と特徴を有するものである。

まず、時間比配分であるが、これはあるOD交通についてみたとき、その間の経路の選択率が走行時間の短いものはど高くなるという原則にもとづいた配分である。AASHOの示した転換率曲線はこうした考え方が根本的な発想となっている。すでにわが国でもこの考え方を押進め、走行時間が交通量によって変動するとした配分モデルが提案されている。そこでは、経路選択における決定要因は走行時間のみならず、快適性などの諸要因を包含した総合的なものを考え、これより評価関数を設定して、経路選択はその評価を期待値とした確率分布でもって行なわれるとなっている⁴⁾⁵⁾。これに対して本研究では、走行時間のみを取上げてはいるが、その基本的な考え方にはまったく差がない。ただ異なるところは、本論文では経路選択率がその走行時間の逆比の n 乗で決定されるようになっており、この時間比係数 n によって各運転者の選択経路に関する情報の程度を表わすことを意図しようとしたことである⁶⁾。したがって、一般的にはこの配分原則は高次の連立方程式で定式化することができる。そのため、時間比配分においては解を求めることはかなり面倒となり、また配分式の構造から当然のこととして解の唯一性が問題となってくる。しかし、従来はこの解の唯一性にあまりふれることはなく、解も強制収束させる等の方法を用いて求めることが多かった。本研究においては、はじめに解の唯一性について検討するとともに新たな計算方法を開発し、さらにこれらの点を通して評価上における問題点を論じる。また、時間比係数 n を動かせば解がどのように変化するかについても考察する。解の唯一性については、多数のOD交通を同時に対象として証明することは困難なので、まず互に重ならない経路をもつ単一のOD交通について証明を行なったあと、これを利用した計算法を提示する。そして、OD交通が複数個になった場合は、OD交通ごとにこの計算を繰返し、すべてのOD交通の時間比が満足されるまで続けることによって配分を実行する。このとき、いくつかの簡単な例題で、OD交通の順序を変えて行なっても、計算は常に唯一の解に収束することを確認している。したがって、多数のOD交通が存在し、それらの経路が互に重複していても、解は一意的に定まることが帰納され、配分は繰返計算によって行なえることを明らかにしている。しかし、この配分原則の欠陥は、配分経路を前もって指定しなければならないことで、どのような経路指定を行なってもそれぞれ固有の経路交通量が求められることである。このことが配分結果の評価の際に大きな問題となってくる。ところで、時間比係数 n の値を大きくすると、経路の走行時間は次第に差がなくなってくることから

n が無限大のときは等時間原則の解と一致し、 n が零のときはどの経路も等確率で選択されるという均等配分となることがわかる。³⁾したがって、時間比係数 n の決め方も問題であり、その1つの方法としては、運転者のトリップ距離による途中経路に関する情報の精粗をかんがみて、OD交通間の距離が短いほど n の値を大きくとることも考えられる。

等時間原則による交通量配分とは、各OD交通ごとにその間に存在する経路のうち、利用する経路については走行時間が同じで、利用しない経路についてはそれ以上の時間を要するというものである。⁷⁾この原則は1952年にWardropによって総走行時間最小化配分と共に提案されたものである。⁷⁾この原則にもとづいた配分法は、その後多くの研究者によって試みられているが、いまだ完全に理論的に確立されたものは見当たらないようである。特にこの配分において困難なことは、この原則を満足する経路をどのように探索するかということと、条件式をいかに計算容易なように作成するかということである。たとえば佐佐木論文では、⁸⁾各OD交通ごとの経路交通量を変量として配分の定式化が試みられており、OD条件式と等時間条件式だけでは条件式が不足することを指摘し、そのために別個に配分比条件式を導入することを提案している。しかし、その問題点は連立方程式が高次となるので計算に難があることや、大きな道路網では式の立て方に困難さがあることで、また等時間経路の探索についても今後の課題として残されている。

本研究では、はじめに等時間原則を満足するすべてのOD交通から成る各道路区間交通量が定まった場合、これを各OD交通ごとの経路交通量で求めたくても一意的には定まらない、つまり、道路区間交通量が一定値でありさえすれば、その道路区間を通過するOD構成の内訳は無数であることを明らかにした。そして、この内訳を一意的に決定するため、情報不均等、情報均等な2つの立場を考えて配分を行なうことを提案している。情報不均等な立場とは、OD交通の距離が長くなるほど途中経路に関する混雑度などの情報が乏しくなるとしたときで、これに対して情報均等な立場とは、OD交通の距離の長短にかかわらず、その間の経路に関する情報が等しいとしたときである。後者の立場は佐佐木論文でいう配分比条件式を導入した場合に相当する。⁹⁾

つぎに、等時間原則配分を行なうための計算方法を提示している。これは、全OD交通から成る道路区間交通量を変量として、一定のODパターン(OD交通量の相対比)のもとに総トリップ数を漸増させ、逐一配分パターンの変化を追従して求める方法である。このとき、区間交通量は道路網を切断したときの断面交通量に関するカット方程式と、道路網のループ内で成立する等時間方程式から成る連立方程式によって求められる。この方法を著者は便宜上カット法とよんでいる。この場合、各OD交通ごとの経路交通量を変量としなかったのは、すでに述べたように解が唯一に定まらないという理由のほか、一般的には取扱い変数の数が膨大となることを考えたからである。したがって、この方法においては変数の数は道路区間の数だけでよく、従来の方法に較べると変数の数は著しく少なく済む利点がある。また、この方法は走行時間と交通量の関係が線型であると仮定されているが、これがたとえ非線型であっても、その曲線を折線で近似するなどして同様に配分を実行することができる。¹⁰⁾これまで、等時間経路の探索はその方法論が不明のため、各OD交通の経路を1本と限定した第1次配分(予備配分)が試みられていたが、この方法ではその後必ずしも解がうまく求められないことのある

ことがわかった。¹¹⁾ところが、カット法においては等時間経路の探索もその計算の中で逐次行なわれるので、この点も同時に解決されていることになる。このカット法による配分計算を通してわかった興味深いことは、交通量の増大によって既存経路の消滅することが発見できたことである。¹¹⁾カット法はこのように本来は等時間原則配分を対象として考えてきたものであるが、この方法は後でも述べるように容量関数のある変換を行なうことによって総走行時間最小化配分にもそのまま応用することができる。また、総トリップ数を増やしていくという計算方法をとっているため、道路網の最大容量も容易に決定することができる。

総走行時間最小化配分は、道路網の効率を最大にするべく、網全体の走行時間を最小にする配分である。これはOR関係で一般にいわれるマルチコモディティの輸送計画問題であるため、その基本的手法に関する研究はこれまで主にOR面の研究者を中心に進められてきている。したがって、この原則にもとづいた配分は、これらの手法の応用といった面がつよく、たとえば、道路網が2車線道路だけから構成されている場合は、実用的に見て交通量と走行時間の積が1次式で近似できるとして線形計画法で定式化した佐佐木論文や、¹²⁾道路網を格子状と限定し、最大値原理を用いて一点発生型のOD交通量を繰返して行なう、いわゆるマルチコピー計算による方法等がすでに発表されている。¹³⁾本論文もやはり既存の手法の応用といえるもので、走行時間と交通量の関係が1次式で表わされるとしたとき、この配分は2次計画法で定式化できるとしている。このとき、目的関数は \sum 関数であるため、その局所的最小を求めれば最適解の得られることが保証されている。しかし、2次計画法で問題となるところは、その計算操作において人為変数を導入しなければならないことで、これは解法によっても異なると思われるが、本論文で用いるWolfeの解法では実変数の約4倍の変量の数を要することになる。¹⁴⁾したがって、このままでは計算機容量、計算時間、費用等の実用的な面から見ても実際の配分に適用することは困難で、たとえば、OD交通ごとの繰返計算を行なうなどの改良を行なう必要があらう。ところで、等時間配分と総走行時間最小化配分の関係については、走行時間と交通量の関係を表わす関数の形を変換しさえすれば、両者の配分原則は等価となり、一方の配分手法がそのまま他方の配分にも適用できることがわかっている。¹⁵⁾このことから、等時間原則において述べたように、OD交通ごとにみた経路交通量あるいは經由道路区間交通量は一意的には定まらないので、評価における際にもこの点留意しておく必要がある。

さて、いままで述べてきたことは一応各配分原則の厳密解に関する方法論であった。しかし、このような厳密な方法論で実際の問題に応用していくことは種々の制約から考えてもまず困難であり、簡便に行なえる近似計算法の開発が望まれる。そこで、本論文では以下のような近似計算法を考えてみた。³⁾

時間比原則の厳密な配分計算は、OD交通ごとの時間比が満足されるよう繰返計算で求めることはすでに述べたとおりであるが、OD交通量を何層かに分割して行なう計算でも解にそれほど顕著な差は認められなかった。この方法は、分割したOD交通量をあらかじめ指定された経路に配分するとともに走行時間を修正し、その走行時間比でさらに次の分割OD交通量を配分していく方法である。

いままで大規模な道路網で交通量を配分していくとき、もっとも一般的に用いられている方法は次のような分割法とよばれるものである。すなわち、ある分割OD交通量の配分計算が終了するたびに、各道路区間の走行時間を修正し、次の分割OD交通量はこの修正した走行時間のもとでの各最短経路に配分する方法である。¹⁶⁾しかし、この分割法に対しての妥当性やその理論的背景についてはこれまであまり論究されることはなかったようである。時間比配分におけるOD交通量を分割して行なう計算法は、一般的にいわれる従来の分割計算法とは異なるものであるが、ここで便宜上これも分割法ということにしておく。等時間配分は時間比配分の時間比係数 n が無限大になったときに相当していることから、従来の分割法は等時間原則配分を達成するべく行なっていたことがわかる。また、総走行時間最小化配分は走行時間と交通量の関係を表す関数を変形すれば等時間配分の方法論で取扱えることがわかっているもので、この配分も分割法で行なえることがわかる。しかし、分割法では既存経路が消滅しないことが前提となっているのに対し、ODパターン（OD交通量の相対比）一定のもとに交通量を増やしていった場合、等時間原則では前述のごとく既存経路が消滅することがある。したがって、きざみ幅をいくら小さくしても、分割法では厳密解に常に一致するとはかぎらない（ただし、消滅しない場合は一致する）。しかしこの場合でも、実用的な見地から見ればそれほど不都合はないように思われる。また、時間比配分における分割計算法でも、きざみを小さくしたからといって厳密解に一致するわけではなく、ある程度までしか近づかない。要するに、分割配分法による時間比、等時間、総走行時間最小化配分はいずれも必ずしも厳密解とは一致しないが、実用面から見てきわめて有用な近似計算法であることがいえる。

なお、分割法はOR関係でいわれるIncremental法と同一のものであるが、そこではIncremental法は総走行時間（費用）最小化配分に対する近似解法として位置づけられている。¹⁷⁾しかし、この方法はすでに述べてきたように、等時間（等費用）原則配分を対象とした近似解法であることは明らかである。

ネットワーク交通流の理論が以上のようにまとめられてくると、既存道路網で処理し得る最大交通量、すなわち、道路網の最大容量を議論することはきわめて興味深い問題である。最大容量はトリップの運転経路やOD分布のパターンの違いによって異なってくるが、本論文ではOD分布のパターンは所与であるとし、つぎのように定義を行なっている。道路区間ごとの容量をはじめに定義しておいて、ODパターン一定のもとにOD交通量を漸増させながら配分したとき、この容量を超過する道路区間の集合がはじめてカットセットを形成する総トリップ数をこの道路網の最大容量と定義するものである。道路区間の交通容量を著しい交通渋滞が起こる状態と規定しておけば、このようなカットセットが存在するということは、このカットセットによって分断せられたノード間のOD交通は必ず著しい交通渋滞を経ないことにはトリップできないことを示している。したがって、ここでいう網の最大容量とは、すべてのODトリップが各経路の容量以下の状態で走行できるかなり円滑な交通状態で走行可能な最大トリップ数ということになる。¹⁸⁾

こういった考え方は輸送網の最大容量に対しても同じように方法論を展開していくことができるで

あろう。特に、総走行時間最小化配分を総費用最小化配分に置換えてみたとき、網の最大容量は、ある一定の輸送費用を越えない最大交通量あるいは最大輸送量と定義することも可能である。

このように道路網の最大容量に関する方法論は交通量配分問題と密接な関係にあるが、配分手法そのものの体系化がこれまでなされなかったため、あまり手のつけられなかった問題で、従来の研究では西村論文と三好・山村論文¹⁹⁾が見られるぐらいである。西村論文では道路網の絶対最大容量を決定する方法と各OD交通が最短経路のみで走行した場合の最大容量を求める方法について説明している。また、三好・山村論文では線型計画法によって網の絶対最大容量は求められるとしている。これに対して本研究では、走行時間と交通量の相互関係を考慮して、交通流がある配分原則に従って流れるとしたときの網の最大容量について考察するものである。

以上が、従来の研究と対比させて見た本論文の内容と特徴であるが、この他、各配分原則の実際の適用にあたっての考え方についてもふれる。

第2章 交通配分解析にあたっての基本的事項

2.1 グラフとネットワーク

一般的にグラフは点の集合と点相互を結ぶ線分の集合からなる図形をいう。グラフ理論ではこれを厳密に定義し、空でない集合 V と、 V とは素である集合 E 、および E による V から V への写像 ϕ から成るものをグラフといている。ここに、 V と E の要素はそれぞれ頂点および辺といわれ、 ϕ はこのグラフに結びつけられた結合写像である。²¹⁾頂点および辺は文献によってそのよび方がまちまちで統一されていないので、本文ではつぎのように決めている。頂点はノードあるいは点とよび、辺は、それが方向づけされているときをアーク、方向づけされていないときをリンクということにする。グラフにおいては、辺に方向づけがされているとき、これを有向グラフ、方向づけがされていないときを無向グラフといている。有向グラフでは各アークの終頂点が次のアークの始頂点であるようなアークの列をルート、無向グラフでは、隣接リンクから成る1つの列をパスといている。本文ではこれらを特に区別しないとき経路ということにする。また、ある点から出発して元の点に戻る経路を、方向の有無にかかわらずループとよぶことにする。

道路網は交差点とその間を結ぶ道路区間から構成されているが、これを模式的に見れば、交通量が発生集中する点とそれらを連結する道路から成立っていると見なすことができよう。道路網をグラフとして取扱う主たる理由は、グラフ理論を応用することによって、道路網形態が数式的に行列表示され、交通量配分解析を電算機でシステマチックに演算処理していく上で、きわめて都合がよいからである。

グラフの定義は単に点と線分の結びつきに関してであったが、これに加えて点と線分に物質の流れが与えられたとき、これをグラフとはいわずに、特にネットワークという表現が用いられる。²¹⁾したがって、道路網における交通量配分はネットワークの問題そのものにほかならない。そのとき、辺上の流れに方向をつけるかつかないかで解析における数学上の取扱いがかなり異なってくる。交通量配分に際して与えられるOD表が三角表であれば、方向を区別せず両方向を一緒にしてリンクで考えればよいし、四角表では方向別にわけてアークで行なう。しかし、OD間の経路が方向によって著しく異なることはふつうあまり考えられないので、計算量を少なくするためにも両方向を一緒にした取扱いが行なわれることが多い。

2.2 シングルコモディティとマルチコモディティ

ネットワークフローはシングルコモディティフローとマルチコモディティフローに大別される。シングルコモディティフローとは、発生ノードあるいは吸収ノードの発生量および吸収量が個々に与えられたとき、これらの条件が満たされさえすれば、ある地点で発生したものがどの地点で吸収され

ようと任意である流れをいう。水とか電気の流れではこのようなシングルコモディティフローの場合が多い。たとえば、上下水道の問題で、いくつかの水源池に対していくつかの需要地がある場合、各需要地ではその必要な需要量さえ確保できれば、その水がどの水源池から来ようと一向に構わないのである。これに対して、マルチコモディティフローとは、発生ノード・吸収ノード間相互の需給量が個別に与えられている流れをいう。したがって、マルチコモディティフローはシングルコモディティフローに比べて自由度の小さい流れになっており、それだけ解析の面においても困難さが増してくる。交通量配分の問題は発生・吸収ノード間相互にOD交通量を与えなければほとんど意味を失うので、マルチコモディティフローの典型的な例といえるであろう。また、マルチコモディティフローでは、各リンク（あるいはアーク）上のフローもさることながら、同時に発生・吸収地点間に存在する経路上のフローが問題であり、ここにパスフロー（ルートフロー）という概念が入ってくる。しかしながら、シングルコモディティフローではパスフロー（ルートフロー）といった量はあまり問題とされることが少なく、従来の交通配分法の中にもシングルコモディティフローとして取扱ったものもあるが^{22, 23)}これは吸収点が1点だけで他の点はすべて発生点であるような一点集中（吸収）型や、その逆である一点発生型の場合に限定して通用されるべきことはいうまでもない。このとき与えられる発生量および吸収量はOD交通量そのものとなる。ところで、シングルコモディティフローの理論体系はすでに確立された観がある。そこで、マルチコモディティフローの問題を解くときはこれらのことを利用して、マルチコモディティフローは一点集中型フローあるいは一点発生型フローの積重ねたものであると考え、これを繰返し計算によって求めるという方法がある。このような一点集中型あるいは一点発生型の積重ねによるマルチコモディティはマルチコピーといわれている。²⁴⁾ また個々のノードペアの需給関係ごとに問題を解き、これを収束するまで繰返すことによってマルチコモディティフローの解を求める方法もある。^{6), 25)} 他方、こうした繰返計算によらずにマルチコモディティフローを同時に解く方法も存在するが、^{12), 14)}この場合はシングルコモディティに比べて条件式の数が増えてくるのでそれだけ取扱う変数の数も膨大となる。そのため定式化はされてもこれまで実際に計算された例は少ないようである。

マルチコモディティフローは いままで主としてOR関係の研究者が中心となってその理論的發展を推進してきた。そこではネットワーク全体の総費用が最小となるような流れ、すなわちこれを交通流にたとえると総走行時間が最小となるような流れが対象となっているので、この問題は線型計画あるいは非線型計画として定式化される。したがって、マルチコモディティフローの解法は線型計画や非線型計画の理論的發展に依存していたともいえるのである。

交通流の場合は、このような総走行時間が最小となるようには流れることはほとんどないので、線型計画や非線型計画といった最適値問題とならず、違った観点からのアプローチが必要となってくる。特に交通流の場合は流れ方そのものにも確たる法則性が見出されていないので一層問題は複雑さを増してくる。そこで交通量配分では時間比原則とか等時間原則という配分原則を設定し、流れはその原則に従うものとして理論構成がなされている。しかしその後の研究で、等時間原則と総走行時間最小

化原則の関係が明らかとなり、交通量と走行時間の関係を表わす容量関数を変形すれば全く同一の方法で取扱えることが確かめられている。¹⁵⁾したがって、等時間原則配分を最適値問題として取扱うことが可能となり、逆に、総走行時間最小化配分を等時間配分の解法によって導くことも可能となったのである。

2.3 解析における変量の取扱いとその特徴

交通量配分を方程式によって解いていこうとするとき、その変量の取扱い方は以下のように分類することができる。

- (1) OD交通ごとの経路交通量（パスフローあるいはルートフロー）
- (2) OD交通ごとの道路区間交通量（リンクフローあるいはアークフロー）
- (3) すべてのOD交通についての道路区間交通量（全OD区間交通量）

まずはじめは、各OD交通ごとにその間に存在する経路の交通量を変量とする方法で、それが方向づけされないとき（無向の場合）をパスフロー、方向づけられたとき（有向の場合）をルートフローとよぶことにする。また同じように、各OD交通ごとに経由すると思われる道路区間の交通量を変量とする方法もあり、やはり、無向のときと有向のときを区別して、それぞれリンクフローあるいはアークフローとよぶ。しかし、われわれが最終的に求めようとしているのは、ある1つのODペア交通量についての道路網上の値ではなく、すべてのODペア交通についての交通量（以後はこれを全OD区間交通量という）である。したがって、この全OD区間交通量を変量とする方法も考えられる。OD交通が一点集中（あるいは一点発散型）の場合は、電気回路網計算や上下水道の管網計算にアナロジーさせて解かれているものもあるが、^{22) 23)}これはOD区間交通量を変量とする特別なケースと考えてよい。しかし、一般的な複数OD交通の場合では本論文に示すような全OD区間交通量を変量として扱う方法は今まで存在しておらず、全OD区間交通量は各ODの経路交通量あるいは経由区間交通量を各道路区間上で合計するという方程式を組込むことによって求めていた。^{12), 14)}したがって、取扱い変量の数に着目すれば、全OD交通量の方法は与えられた道路網の道路区間の数だけでよいので、OD交通ごとの経路交通量や区間交通量を変量とする方法に比べて著しく変数の数が少なくなることは言うまでもない。¹¹⁾ところで、上述のように各OD交通についての経路交通量や経由区間交通量を変量とし、これを全OD交通について同時に解くとなると膨大な変数の数となるので、それを避けるため、最近ではつぎのような繰返計算法がよく用いられている。すなわち、ある1つのOD交通に対して配分計算を行ない、これを次々と繰返すことによってすべてのOD交通がある配分計算を満足するまで続ける方法である。^{6) 25)}この方法によれば計算に要する変数の数は、最も変数数の多いOD交通の分だけ用意すれば十分であるから、その点計算機容量がずいぶん節約できることになる。しかしその欠点は、繰返計算のためそれだけ計算時間が増えることである。

いずれにしろ、交通量配分を行なうとき、変量をどのような方法で扱うかはその配分の目的、配

分原則，その他計算機容量といったような種々の制約条件によって異なってくるので，一概にどれが有利であるかを断定することはできない。つぎにそれらの特徴や差異について簡単に述べておく。

まず，OD交通ごとの経路交通量についてみる。パスフローはゾーン*i*からゾーン*j*に向かうOD交通と，その逆のゾーン*j*からゾーン*i*に向かうOD交通を一緒にして考える場合であるが，その時流れ方とは無関係に常に満たされねばならない条件は，そのOD交通についてのパスフローの合計がそのOD交通量に一致していることである（このときのOD交通量は三角表でのOD交通量と考えればよい。）これをOD条件式という。一方，ルートフローでも同じように，この合計が当該のOD交通量（このときは4角表でいうOD交通量である）に一致していることである。パスフローあるいはルートフローを変量として解析していくとき，運転者が選択するであろうと思われる経路をすべて変量として取上げて行なうことが望ましいと考えられるかも知れないが，場合によっては必ずしもその必要はない。²⁵⁾たとえば次のような例を考えてみる。図-2.1に示すような簡単な道路網で，ノード1とノード3の間にOD交通があるものとし，その間に存在する経路の走行時間がすべて等しくなるものとする。すなわち，等時間原則の場合を考える，ここで，各道路区間の走行時間を T_1, T_2, T_3, T_4 とすると次式が成立している。ただし，

$$T_0 = T_1 + T_4 \quad (2 \cdot 1)$$

$$T_0 = T_2 + T_3 \quad (2 \cdot 2)$$

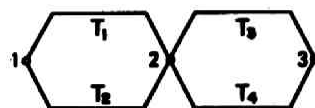
$$T_0 = T_1 + T_3 \quad (2 \cdot 3)$$

$$T_0 = T_2 + T_4 \quad (2 \cdot 4)$$

T_0 はOD交通1-3の間の走行時間である。このとき，式

(2・1)～(2・3)が成立していれば式(2・4)は常に成立しているのを見てもわかるように，このうちのどれか3本の経路について考えれば十分で，残りの経路は不要である。いいかえると，実際に選択可能な経路は4本でありながら，配分解析においては3本でよいことになる。したがって，このようにして求まる経路交通量は先に定義したものとは少し異なったものとなるので別に解釈をしない必要がある。なお，このようなことはパスフローでもルートフローでも同じように起きる。

ルートフローを用いるのは道路区間上の交通量をODペアごとに方向別に求めたいときであるが，このときはパスフローの場合よりも計算量が多いことはいうまでもない。しかし，あるOD交通についての経路がその方向によって大巾に異なるということ



(a)



(b)



(c)



(d)



(e)

図-2.1

は特別な場合でないかぎりあまり考えられないので、OD交通量がほぼ対称で、特に方向を問題としないときはパスフローで配分解析を行なえばよい。ここでOD交通量がほぼ対称といったのは、もしこれが顕著に異なるときは方向によって経路が違ふことがしばしば生じると考えられるからである。

また、とくにルートフローのもつ利点は、パスフローやリンクフロー（アークフロー）あるいは全OD区間交通量を変量としていては交差点での右左折および直進量の算出が困難であるのに対し、ルートフローでは問題なくできることである。したがって、右左折禁止や一方通行等の交通規則の問題や交通制御といった問題にアプローチするときは、ルートフローで行なうことが有利である。この場合は交差点における条件式を考慮しなければならないので、当然経路交通量に関する独立性はさきの場合とは異なったものとなってくる。

つぎに、OD交通ごとにより経路すると思われる道路区間交通量を変量とする場合について考えてみる。このときもやはり道路区間上の交通量が方向別に区別されるかされないかで、それぞれアークフロー・リンクフローとよぶことはすでに述べたとおりである。アークフローで配分解析を行なうときは、交通の流れ方に関係なく常に満たすべき条件は、各ノードにおける流入交通量と流出交通量が等しいことである。もちろん、OD交通の発ノード、着ノードにおいてもこの条件は成立している。これらの条件はまとめて連続条件式といわれている。その例は図-2.2に示してある。しかし、リンクフローでは方向別交通量が区別されていないのでアークフローの場合のように常に成立する連続条件式を立てることは容易ではない。ただOD交通ごとの経路が既知の場合（実際にこのような場合にしか用いられないのであるが）はアークフローの連続条件式とは違う意味で、条件式を形成することができる。この条件式をカット

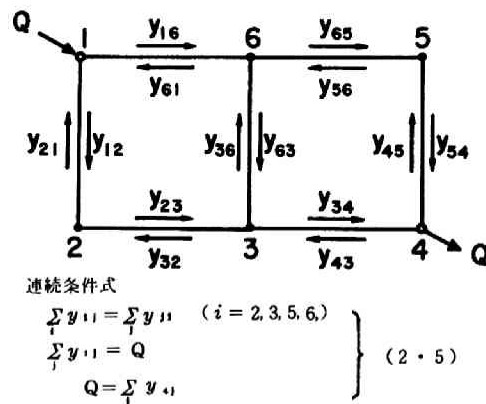


図-2 2 アークフローと連続条件式

図-2・3 (a) に示す道路網で、ノード1とノード4の間のOD交通が (b) 図のような3本の経路をとって流れるとき、カット条件式は式 (2・6) のようになる。対応するカットは (c) 図に示されている。カット条件式を成立させるためには、図-2・3 (c) を見てもわかるように、そのOD交通のすべての経路が同時に切断されるようにカットが行なわれている。カットはどれかの経路だけ切断したり、あるいはいくつかの経路は2回以上切断して他の残りの経路は1度だけ切断するように行なえば断面交通量は不定となって条件式が樹立できなくなる。たとえば図-2・3 (c) のカット d では断面交通量が定まらない。なぜなら、この例ではパス1、パス2は1度だけしか切断していないのに、パス3は3度切断している。連続条件式はOD交通ごとのアークフローが与えられれば各ノ

ードにおいて容易に形成できるのに対し、カット条件式の樹立は流れ方、つまり、OD交通ごとの経路が既知でなければならないということで困難さがともなうことになる。このとき配分解析は流れ方そのものをも求めることを目的としているので、このような前提条件を有したカット条件式を用いることは不合理であるとの印象を与えるかも知れない。しかし、この点については第4章のカット法の項で詳述するが、特別な計算方法を使うことによってきわめて有効な方法となってくるのである。

ある1つのOD交通についてみると、アークフローではすべての道路区間で方向別に変量をとるのに対しリンクフローでは経由する道路区間だけでよいので、変量の数は半分で済むことになる。

いままでは単一のOD交通についてだけ議論を進めてきたが、つぎにOD交通が複数になった場合、パスフロー（ルートフロー）あるいはリンクフロー（アークフロー）はどのような性質をもってくるか説明しておこう。

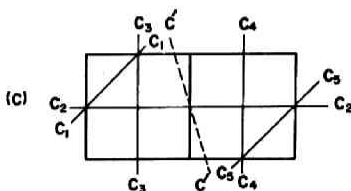
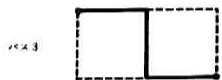
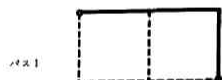
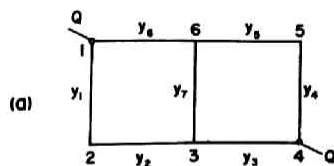
図-2・4のような道路網を考え、OD交通1-3（かりにOD交通1とよぶ）とOD交通2-3（かりにOD交通2とよぶ）があるものとする。それぞれのODペアに対して経路は2つしかないので、OD交通1, 2のパスフローをそれぞれ (x_1^1, x_1^2) , (x_2^1, x_2^2) とすると、全OD区間交通量 X_1, X_2, X_3 は式(2・7)のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= x_1^1 + x_1^2 \\ X_2 &= x_1^1 + x_2^1 \\ X_3 &= x_1^2 + x_2^2 \end{aligned} \right\} \quad (2 \cdot 7)$$

また、このOD交通量をそれぞれ Q_1, Q_2 とすると、OD条件式は式(2・8)のようになる。

$$\left. \begin{aligned} x_1^1 + x_1^2 &= Q_1 \\ x_2^1 + x_2^2 &= Q_2 \end{aligned} \right\} \quad (2 \cdot 8)$$

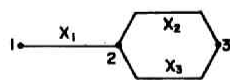
式(2・7), (2・8)より、整理して次式が得られる。



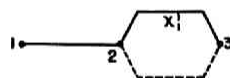
カット条件式

$$\begin{aligned} C_1 \quad y_1 + y_6 &= Q & C_4 \quad y_3 + y_5 &= Q \\ C_2 \quad y_1 + y_4 + y_7 &= Q & C_5 \quad y_3 + y_4 &= Q \\ C_3 \quad y_2 + y_6 &= Q & & \end{aligned} \quad (2 \cdot 6)$$

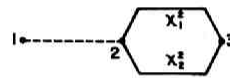
図-2 3 リンクフローとカット条件式



(a) 全OD区間交通量



(b) OD交通1-3 (OD交通1) のパスフロー



(c) OD交通2-3 (OD交通2) のパスフロー

図-2・4 OD交通が複数になったとき、唯一に定まらないパスフロー例

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= Q_1 \\ X_2 &= x_1 + x_2 \\ X_3 &= Q_1 + Q_2 - X_2 \\ &= Q_1 + Q_2 - (x_1 + x_2) \end{aligned} \right\} \quad (2 \cdot 9)$$

いま X_1, X_2, X_3 が定まっているとすると、 x_1 が $x_1 + \Delta x$ とかわっても、 x_2 が $x_2 - \Delta x$ になっておれば式 (2・9) は不変である。したがって、全OD区間交通量 $\mathbf{X} (X_1, X_2, X_3)$ が実現可能な数値で固定された場合、これを構成するパスフローの組合せは無限に存在することになる (もちろん、ルートフローでも同じことである)。

このようにして、全OD区間交通量が定まっても、OD交通ごとのパスフロー (ルートフロー) あるいはリンクフロー (アークフロー) は一意的には定まらないことが生じる場合のあるのがわかる。配分原則でいえば、等時間原則と総走行時間最小化原則がこの場合に相当する。なお、時間比原則配分では経路の指定の仕方によって固有の解が一意的に存在するのでこのようなことは起らない。また等時間原則でも、たとえば配分条件式のような新たな条件式を導入すれば経路交通量を唯一に定めることができる。⁸⁾

OD交通が数多くなると、取扱い変数の数が膨大になることのほか、上のように全OD区間交通量が求まっても、各OD交通ごとに見た交通量が唯一に定まらないこともあって、問題は複雑さを一層増してくる。しかし、逆にこれらのことを考慮して、すべてのOD交通を同時に取扱った全OD区間交通量を変数とする方法も考えることができる。これが本論文で提示するカット法である。したがって、さきにリンクフローのところで述べたカット条件式というのは、単一のOD交通を対象とするよりはむしろOD交通をすべて同時に取扱うときにその有効さが一層発揮されることになる。カット法はもともと等時間原則配分を解析するために著者が考えたものであるが、容量関数 (走行時間関数) を変形しさえすれば、総走行時間最小化原則は等時間原則と全く等価な問題となるため、¹⁵⁾ 総走行時間最小化配分にも適用することができる。

このとき、カット条件式が樹立できるのは、各OD交通ごとの経路が既知でなければならないことはすでに述べたとおりであるが、あるアルゴリズムを用いることによってこれらは簡単に見出すことができる (第4章で詳述)。しかし、このカット法は道路上の交通流を両方向で考えた場合であって、方向別に解析したいときは、一点集中型 (あるいは一点発散型) のマルチコピー計算をカット法で繰返すことによって求めることになる。

2.4 評価関数と容量関数

運転車が経路選択を行なうとき、ある者は全ての要因を総合化して行なうだろうし、またある者は割合単純な動機で選択を行なうだろう。いずれにしても各自にとって最も都合のよい経路を選ぶと思われる。しかしながら、最も好都合な経路とはいっても、運転者各自によってどのような要因を重視

するかによってその評価値が異なり、それに要因にしても逐一数えあげればきりが無いほどである。交通量配分においてはこの評価尺度が設定されないと議論が進展しないので、評価要因をまず抽象化して、迅速性、経済性、快適性、安全性といったもので考えていくことにする。しかしながら問題はこれを如何に具体的な要因で尺度化していくかである。迅速性、経済性についてはそれぞれ走行時間、走行費用で表わしても別に異論はないであろう。快適性、安全性については、本来計量化が困難なものであり、何で記述するかは一概には決めがたいが、他車の干渉による精神的圧迫感や焦燥感がなく自由走行のできる程度を快適性、また交通事故に遭遇する機会の多少で安全性を表わすものとする、これらはいずれも交通量に大きく依存しているといえる。このように見てくると、大多数の人達の経路選択の主要な要因は走行時間、走行費用、交通量に集約されてしまうものと考えられる。このとき、走行時間と交通量は互に依存関係を有しており、一方が求めれば他方が実用的な精度において導けるので、これを一緒にしていずれかの尺度で表わしておいて差支えなからう。普通には走行時間の方で統一している。これは走行時間の方が直観的に評価要因として受入れやすいからであろう。また、走行費用にしても通行料金を除いた費用は走行時間に大いに関係がある。こうして結局、経路の優劣を判定する評価関数は走行時間と固定費用（といっても走行距離には関係するが、交通量には関係しないという意味で）である通行料金で記述できることになる。この評価関数の具体的な形は明確には規定しがたいが、一般に通行料金も道路延長に比例していることを考えると、評価関数は単に走行時間だけの関数として扱ってもよいと思われる。

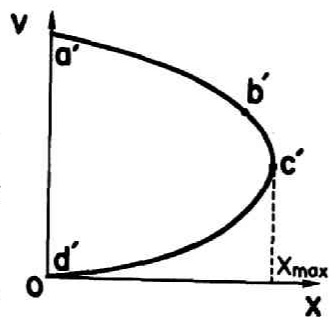
本文では評価関数の具体的な形の検討を論ずるのではなく、これが交通量によって影響される走行時間の関数であるとして考察を進めている。すなわち、走行時間 T は走行速度 V によって決まるが、いまある道路区間の長さを L とするとその関係は

$$T = L / V \quad (2 \cdot 10)$$

であり、また、ある道路区間の実時間についての交通量 X と平均速度 V との理論曲線図—2.5は次式で仮定されている。²⁶⁾

$$X_{\max} - X = \frac{1}{K} (V_0 - V)^2 \quad (2 \cdot 11)$$

ただし、 K は定数である。図—2.5では、交通量が零から増大するにつれ a' から b' に向って進む。交通量が少ないうちは車は自由走行をしているが、交通量の増大にともなう次第に自由性が失われてくる。さらに交通量が増大すれば、全ての自動車は同じ速度で走行せざるを得なくなり、その後は交通量も速度も共に減少すると仮定されている。



図—2.5 実時間よりみた交通量 X と速度 V の関係

いまわれわれが評価関数として用いるのは走行速度ではなく走行時間であるから、式(2.10)により式(2.11)を変形して

$$X_{\max} - X = \frac{L^2}{K} \left(\frac{1}{T_c} - \frac{1}{T} \right)^2 \quad (2 \cdot 12)$$

をうる。これを図示したのが図-2・6であり走行時間は交通量の増大とともに曲線 $a b c d$ の軌跡をえがいて増加していく。

ところで、交通量配分理論はすでに述べたように実時間を対象としたものではなく、時間的にかなり巾をもったものである。したがって、このような実時間を対象とした交通量走行時間曲線を厳密に配分解析に適用したところでそれほど意味はない。いま経路選択との関係において実際の現象をみても、交通量が増大して容量に近づけば途方もなく走行時間を要するようになり、そのため運転者は

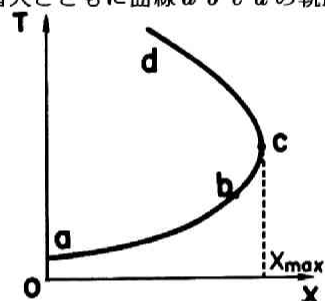


図-2・6 実時間よりみた交通量 X と走行時間 T の関係

その経路を忌避するようになるだろう。また、交通が渋滞してもいつまでも続くわけではなくそのうち解消するであろう。こういったことを考えて、配分解析における交通量と走行時間の関係を表わす曲線は、図-2・6の曲線とは異なった意味で、図-2・7のような曲線を用いる。この関係は容量関数³⁰⁾あるいは走行時間関数²⁸⁾とよばれるものであり、各道路区間ごとに作成される。

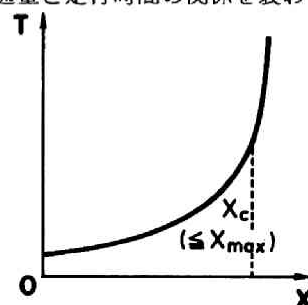


図-2・7 配分解析で用いる交通量 X と走行時間 T の関係 (容量関数あるいは走行時間関数)

従来の配分モデルにおける道路区間容量の導入の仕方は計算上の便宜もあって、交通量と走行時間の関係をあらわす関数上のある点でカットすることにより容量制約を行なうという手法が多く用いられてきた。しかし、図-2・7のような曲線でこの関数を表記して

おけば、交通需要量がその道路区間の容量以上になることは押えられるので、このほうがより現実的であり、それに交通量配分と関連した道路網の最大容量を検討するときにも都合がよい。図-2・7の曲線を示す関数が容量関数とよばれるのは、このようにして道路区間の容量をその交通量に対応した走行時間で表わそうとしているからにはかならない。要するに、容量関数は交通量に対する期待値的な走行状態を走行時間で表わしたものであり、容量に近づけばその走行時間が著しく増大することから、交通需要量をできるかぎりその容量を超過しないよう意図するものである。この場合、各道路区間の容量としては実用容量に相当する交通量で与えておけばよいであろう。

ここでいう容量関数あるいは走行時間関数は単に交通量を走行時間の関係だけを示すものであるが、これに対して配分解析において一般的にいわれる評価関数は走行時間のみならず快適性や安全性等他の数多くの要因を複合化したより範囲の広い概念である⁹⁾。しかしながら、上で述べてきたように敢えて単純化すれば、経路選択の評価関数は走行時間だけで表わしても論理的にはそれほど矛盾するところはないと考えられる。それに本論文の配分モデルはすべて道路区間に容量制限を考慮したものであることを目標としているので、このことを表わすためにも、以後は交通量と走行時間の関係

を単に走行時間関数とはいわず容量関数ということにして、考察を進めていくことにする。

2.5 交通量配分の原則について

前節で述べたごとく、経路選択の要因としてはある程度走行時間だけで考察を進めてよいことがいえる。そして、その場合どの運転者も自身にとって好都合であると考えた走行時間のより短い経路を選択する傾向のあることを一般的な仮定として認めている。しかし、これらを網全体として眺めたとき、どのような法則性あるいは規則性をもって流れているのか、いまのところ明確ではない。なぜなら、交通量は常に不規則と変動性を有したものであり、また、これ自体が多くの運転者の独自の判断による経路選択の積重ねの結果でもあるからである。このことが、これまで種々の観点から交通量配分が数多く論じられてきた一つのゆえんであり、反面、これらが統一的な議論をはばむことになった大きな理由でもある。

交通量配分はもともと実時間を対象とした理論ではなく、トリップが多数回繰返されたとき実際に起るであろうと思われる交通量パターンを期待値的に表わすものである。そのため、これまで提案されてきた交通量配分法のほとんどは、実績の交通量観測結果や日頃の経験等から種々の仮定や前提を導入し、実際の日平均交通量に合致することを第一義としたものが多かった。一方、交通量配分の究極の目的が、より良い道路網を作ること、より効率的な道路交通流を誘導することにあると考えて、実際の交通流がそのようになるかどうかはさておいても、道路網全体としての効率最大を目的とする配分理論も研究がなされてきている。

いずれにしろ、従来の交通量配分理論は、道路網内の交通を現実に説明できるとする保証はないがインプット交通量（OD交通量）は定常であるとし、交通流はある原則に沿って流れるものと仮定して理論が展開されてきている。それらをまとめると以下の3つの原則に分類されると考える。

- (1) 時間比原則
- (2) 等時間原則
- (3) 総走行時間最小化原則

時間比原則は、あるOD交通についてみたとき、その間の経路のうち走行時間の短い経路ほどその選択率が高いという配分原則である。この原則は従来行なわれていたいくつかの交通量観測の結果から導かれたものである。AASHOの示した転換率の概念はその代表的なものといってもよいであろう。時間比配分はふつう経路相互間の走行時間の逆数で定式化されているが、本論文では単に走行時間の逆数ということではなく、その n 乗で効いてくるようにしている。経路相互間の相対的有利さを時間比ではなく、時間差で表わしている配分モデルもあるが、意図するところは全く同じであるため、これも時間比原則配分の範ちゅうに入れておいてよい。

たとえば、図-2・8のOD交通ABとCDではその間に存在する経路の時間比はいずれも1対2である。しかし、その時間差はそれぞれ2時間と5時間である。したがって、このように時間比が同

じであっても、実際にそのODの距離が異なれば、その間の経路の選択率は異なってくるであろう。このことを考慮するため時間差モデルが考えられたものと思われる。しかし、ここでいう時間比配分では、OD交通のトリップ距離による差をパラメータ n で調整できるようになっているので、基本的にはこれら2つの考え方には差異はないのである。

等時間原則は、あるOD交通に関して見た場合、その間に存在する経路のうち、選択する経路については走行時間が同じで、選択しない経路についてはそれ以上の時間を要するという配分である。この配

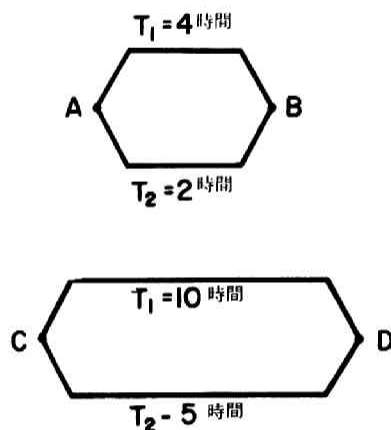


図-2. 8 時間比と時間差

分原則の発想は、ある路線の交通量が増大していくと、それに伴って走行速度が低下するので、別な経路で走行時間のより短い経路が出現することがあるということから出てきたものである。したがって、この等時間原則配分は、どの運転者も対象としている選択可能経路についての交通事情によく通じていると仮定すれば、現実の交通流にもよく適合するということができると思われる。また、この原則はこのような現実の交通流にもそれほど矛盾しないということの他、全てのOD交通についてみた道路区間交通量および各ODの経路が唯一に定められるという評価の際の客観性からも、交通量配分においては中心的な位置を占めるものということができよう。しかし、等時間原則であることを明示して実地的な配分が行なわれた例は現在まできわめて数少ない。その理由は、この原則が提唱されて以来、いまだ完全な解法が確立されておらず、また数学的にも不明確な部分が少なくなかったからであろう。さらに、実用ということになると精度は悪くても簡便であることが要求されるが、この点においても、厳密解を求める方法論が存在しなかったために、流れの一般的な性質が明らかでなく、近似解法も提示されることがなかったからと思われる。しかし、本研究を通じて、従来からよく用いられている分割計算法は、等時間原則配分の近似解法として位置づけることができたため、この配分原則のもつ重要さが改めて認識されたことになる。

一方、総走行時間最小化原則は、説明するまでもなく、道路の運用効率を最大にするべくその総走行時間を最小にする配分である。この配分は最近でも道路交通流を対象として論ぜられているのもあるようであるが、これはあくまでもたとえば工場内の物資などのような個々の流れをコントロールできる、いわゆる輸送計画的なものに限られるべきである。というのは、総走行時間最小（走行費用でもよい）ということであれば、全体の効率最大のためにある特定のOD交通は本来選択するはずの経路を通ることができずに、もっと走行時間のかかる回り道をさせられることがあるからである。しかし、個々の運転者が主観的判断で経路選択を行なっているかぎり、そのような交通流が実現するとは考えられないのである。この配分原則が道路交通流に適用されてきたのは、道路交通流の配分理論そ

のものが体系化されていないことに加えて、輸送計画的配分のもつイメージが、道路網交通流の円滑化、効率化という要請にあまりうまく一致したために、その理論のもつ本質的な意味が深く考えられなかったからかもしれない。

ところで、これらの配分原則は一見無関係のように思われるが、すでに述べたように、互に次のような関係を有している。ここでは簡単に結論だけを記しておくが、時間比原則はその係数 n が無限大になったとき、等時間原則配分と等価となり、また、容量関数を変換しさえすれば、等時間原則配分と総走行時間最小化配分は同値となる。

第3章 時間比原則配分

3.1 概 説

運転者の経路選択における要因としては、迅速性、経済性、安全性、快適性など種々考えられるが、実際はこれらを総合した主観的な判断のもとに運転者は経路選択を行なっている。このとき、これら数多くの要因のうちどれを重視するかは、運転者各人の価値基準によっても異なってくるし、あるいは、そのトリップ目的が何であるかによってもおおいに影響されてくる。また、対象としている道路網についての交通情報、すなわち、どのへんが混雑していて、どの経路が走り易いかということについても、たとえば、職業運転手のように非常によく通じているものもあれば、これとは逆に、旅行者等のようにまったく不案内なドライバーもいる。さらに、情報によく通じているとはいっても、道路網を上から見渡して交通状況をつかめるわけでもなく、同時に代替道路の交通状況は知るすべもない。いづれにしろ、走ってみないことには何ともいえないのである。したがって、このような運転者間の情報の不均等さ、あるいは、情報不完全さのために、各運転者はそれまでに得た情報のもとに、めいめい好き勝手な経路選択を行なっているのである。ところが、このように一見まったく任意に行なっていると思われる経路選択も、実際に交通量を観測してみると、一般的に走行時間の短い経路ほどその選択率が高いことが多い。このことは常識的にみて誰もが納得のいくことであろう。走行時間が短いということは、時間価値を考えた場合経済的に有利であるということであり、ひいては快適性にも通じてくる。また、安全であるからこそ安心してスピードも出せるということにもなるのである。ところが、走行時間といってもこれはふつう交通量の増減とともに変動するもので、運転者がこれを正確に知ることはきわめて困難である。しかし、運転者は日ごろのトリップの積重ねによる経験やその他聞伝えによる情報等から直観的にはば妥当な値を体得しているのである。

以上のような事実を考えると、現実の交通現象に最もよく適合する交通量配分を行なうには、期待値的な物の見方をしてはいるものの、走行時間比で配分するのが最も望ましいように思われる。転換率曲線の概念はそのもっとも代表的なものといってよいであろう。厳密には、配分モデルにおける走行時間が交通量に依存した形になっていなければならないが、そうなると数学的取扱いの困難さが急速に増してくる。それゆえ、この視点に立って開発されてきたいまままでの多くのモデルは、一応数学的厳密性についての議論は避け、なんらかの形で実用解を求めることに主眼がおかれていて、そのモデルにおける解の存在性、一意性については論究されていないのである。なぜなら、走行時間が交通量に依存した場合、時間比原則による配分モデルは非線型の連立方程式となってくるため、解が多数存在する可能性があるからである。

本章では、まずはじめに時間比による配分モデルの一般的な定式化を行ない、ついで解の存在性、一意性についての証明を試みたあと、この証明にもとづいた計算法を提示する。そしてさらに、計算例によってこれらのことを確かめる。

本モデルは、選択率の決定要因を走行時間だけとしたプリミティブなものを示したにすぎないが、他の多くの要因を複合した評価関数を設定して行なっていくことも可能である。また、走行時間と交通量の関係を線型で仮定しているが、別にこれが非線型であってもかまわない。

つぎに、本研究の従来の研究における位置づけを明らかにするために、それらのうち比較的良好に知られている2、3のモデルについて簡単に紹介しておく。

3.2 従来のモデルの考え方

走行時間を交通量に依存させた時間比による交通量配分モデルはいままで数多くあるが、そのうちわが国でよく知られているトロントモデル³⁰⁾、加藤モデル⁵⁾、星野モデル⁴⁾の3つの例にとどめる。なお、交通量配分計算を上下水道の管網計算や電気回路網にアナロジーさせたモデルもあるが、そこで取扱われるのはシングルコモディティであるため、交通のようなODをもったマルチコモディティとは本質的に異なった点があるのでここではふれないことにする。

3.2.1 トロントモデル

この方法はもともと将来の道路改良にそなえるべく、トリップ分布と道路ネットワークを関連させて交通需要をシステムのにとらえようと開発されたものである。その中で配分計算だけをとりあげてみると、つぎのような手順で行なわれている。

- (1) まず、道路上に交通量が全然ないと考えたときの各道路区間の走行時間から、各OD交通の最短経路を探索する。
- (2) 各OD交通量をその最短経路にすべて配分する。
- (3) 区間交通量はすべてのOD交通を重ねて求められるから、各区間においてこの交通量に対する走行時間が得られる。
- (4) この調整された走行時間を用いて、再び最短経路を探索する。
- (5) さきほどの経路と新しい経路の間に、各OD交通量を上の調整された走行時間比で配分する。
- (6) さらに各区間において、いま配分された交通量から走行時間を再び調整し、新たに各OD交通の最短経路を探索する。
- (7) いままでの経路にこの経路を追加し、上の走行時間比で配分する。
- (8) この操作を繰返し、各区間交通量が一定値に収束するまで行なう。

しかし、この方法が収束して解が得られるかどうかはおおいに疑問であり、解の一意性の証明や収束することの保証についてはふれられていない。それで実際の計算プロセスにおいては、計算を安定させるためのダンピング係数なるものが導入されている。

これに類するものとして、ストックホルムモデル³¹⁾などがあるが、同じような問題点が残されている。

3.2.2 加藤モデル（ネットワークシミュレーションモデル）

このモデルは岐阜大学の加藤晃教授によって開発されたものであり、その基本概念は経路における交通量の増減にともない経路評価値も変動させようという考え方である。ここで経路評価値は走行時間のみならず走行費用や快適度を複合した分布関数で与えられている。すなわち、その解析の中ではこの現象を考慮してフィードバックを用い、評価値を道路の混雑度に応じて変化させ交通流を制御している。この計算手順は、まずOD交通ごとに初期の道路評価値をもとに第何位までかの経路探索を行ない、同時に交通量の配分も行なう。そうすると、ここで得られる交通量、すなわち、混雑度によってさきほどの評価値が変わってくるので、この調整された評価値のもとに再配分する。このとき、経路探索は計算途中において再び行なうことはなく終始固定されている。しかし、この手順を何回か繰返しても必ず収束するとはかぎらないので、そのため修正計算の過程において強制収束させるべく、制約条件を導入することが提案されている。その制約条件の一つは、混雑度を利用して容量制約をうける交通量の割合を拘束するものであり、他の一つは、道路区間の交通容量を越えた交通量によって修正計算を行なう方法であるが、いずれも実際計算によって収束することが確かめられている。トロントモデルのダンピング係数もこれと同じような概念であると考えてよいであろう。しかし、このモデルもこのようにして得られる解の唯一性、すなわち、評価関数が正しいとした場合、この解に対応した現象以外は起こり得ないのかどうかについては議論されていない。

3.2.3 星野モデル

このモデルは道路公団の星野哲三氏によって開発されたものであり、時間比の観点に立った交通量配分の代数的取扱いにおいて先導的な役割を果たしてきた。

このモデルは、まず各OD交通に関する経路を決定しておいてその経由する道路区間、すなわち、リンクフローを変量として与える。そうすると、ここでリンクフローのそなえるべき当然の条件として分岐点前後における交通量が等しいという連続条件式が成立する。そして、このリンクフローをOD交通について重畳せ、各道路区間の交通量を表わす累加方程式を作成する。一方、各道路区間における走行時間と交通量の関係をあらわす時間方程式を与えておき、これと関連させて分岐経路間の選択率を示す転換方程式を導出しておく。以上の連続方程式、累加方程式、時間方程式を連立させて解くと、各道路区間交通量、および各OD交通に関するリンクフローが求められる。このとき、連立方程式は高次となるので計算は特別な収束計算を用いている。しかし、やはりこの場合も解の一意性については論究されてはおらず、実証的に実用解の得られることが確かめられている。また、このモデルのもつ問題点は氏自身も指摘されているように、転換方程式が2本の経路に対してしか適用できないので、経路が3本以上になるとどれかを基準経路として、2本ずつの経路の組合せを作っていく必要はないことである。しかし、この方法では基準経路のとり方によって解が異なってくる欠点があるのでこの点を改良するため、³²⁾ Abraham の理論を一般化した加藤晃教授の経路評価値を分布形で与える方法が採られている。

以上、従来の研究について簡単にとりまとめて述べてきたが、加藤モデル、星野モデルは単に走行時間のみで経路評価を与えるのではなく、いろんな要因を複合化した分布形で表わすところが本論分のモデルとは異なるところである。

3.3 時間比配分モデルの一般式

3.3.1 走行時間が交通量によって変動しないとしたとき³³⁾

OD 交通 k の p 番目の経路交通量を x_p^k 、その走行時間を T_p^k 、としたとき、OD 交通 k の間における p 番目経路の選択率 m_p^k は、走行時間比で決定されるから次式によって示される。ただし、OD 交通 k の経路は r_k 本、OD 交通は q 個あるものとする。

$$m_p^k = \frac{(T_p^k)^{-n}}{\sum_{p=1}^{r_k} (T_p^k)^{-n}}, \quad \left(\begin{array}{l} k=1, 2, \dots, q \\ p=1, 2, \dots, r_k \end{array} \right) \quad (3.1)$$

もちろん、上式において m_p^k は p について合計すると 1 を満足しているが、この条件式を別に考慮した場合、 p については $(r_k - 1)$ 個で十分である。

$$\sum_{p=1}^{r_k} m_p^k = 1, \quad (k=1, 2, \dots, q) \quad (3.2)$$

そうすると、 x_p^k は OD 交通 k の交通量 Q_k と次の関係を有しているので式 (3.1) から簡単に求められる。

$$\frac{x_p^k}{Q_k} = m_p^k \quad \left(\begin{array}{l} k=1, 2, \dots, q \\ p=1, 2, \dots, r_k \end{array} \right) \quad (3.3)$$

ここで、 $r_k = 2$ ($k=1, 2, \dots, q$)、 $n=6$ ならば、式 (3.1) は AASHO の示す転換率推定式と一致している。また、一般に経路数が多いほど n の値は大きくなるといわれているが、そのもつ意味は、経路数がそれほど多く存在するとしても、実際はそのうちの幾本かの経路に交通が集中してしまうということであろう。

3.3.2 走行時間が交通量によって変動するとしたとき³⁴⁾

走行時間は交通量に依存しているため、3.3.1 のような仮定で計算すると、結果として出てきた交通量に対応する走行時間が、計算にあたって用いた所与の走行時間と著しくかけ離れていたり、あるいはその間の相対関係が逆転していたりすることがある。これは状態（ここでは交通量）が変化しても評価値（ここでは走行時間）は変化しないという前提に立っているからである。しかし、現実にはそのようなことはあり得ないことであって、ある状態が実現される場合には、そのときの評価値もその状態に対応したものになっているべきである。したがって、状態の変化に応じて評価値を変動させ

る、いいかえると、ここでは交通量の増減に対して走行時間を変動させることが不可欠なのである。

そこで、道路区間 ij の走行時間 T_{ij} がその交通量 X_{ij} と次のような1次関係を有しているものと仮定する。走行時間が交通量に対する増加関数となっていれば関数形はどのような形でもよいが、ここでは説明の便宜上線型と仮定する。

$$T_{ij} = a_{ij} X_{ij} + b_{ij} \quad (3.4)$$

ここに、 a_{ij} 、 b_{ij} は道路区間 ij に特有の定数である。

区間交通量 X_{ij} は式(3.5)に示すように、そこを通過する各ODの交通のパスフローを加算したものであるから、これを用いて式(3.4)は式(3.6)のように表わされる。

$$X_{ij} = \sum_{k, p \in ij} x_p^k \quad (3.5)$$

$$T_{ij} = a_{ij} \sum_{k, p \in ij} x_p^k + b_{ij} \quad (3.6)$$

また、パスフロー x_p^k の走行時間 T_p^k は、この経路が経由するすべての区間走行時間を累加したものであるから次のように示される。

$$\begin{aligned} T_p^k &= \sum_{ij \in k, p} T_{ij} \\ &= \sum_{ij \in k, p} (a_{ij} \sum_{k, p \in ij} x_p^k + b_{ij}) \end{aligned} \quad (3.7)$$

走行時間が交通量によって変動する時間比配分の基礎方程式は、式(3.1)、(3.3)、(3.7)から次式のように導かれる。これを時間比条件式とよぶ。

$$\begin{aligned} \frac{x_p^k}{Q_k} &= \frac{(T_p^k)^{-\alpha}}{\sum_{p=1}^{r_k} (T_p^k)^{-\alpha}} \\ &= \frac{\{ \sum_{ij \in k, p} (a_{ij} \sum_{k, p \in ij} x_p^k + b_{ij}) \}^{-\alpha}}{\sum_{p=1}^{r_k} \{ \sum_{ij \in k, p} (a_{ij} \sum_{k, p \in ij} x_p^k + b_{ij}) \}^{-\alpha}} \\ &\quad \left(\begin{matrix} k = 1, 2, \dots, q \\ p = 1, 2, \dots, r_k - 1 \end{matrix} \right) \end{aligned} \quad (3.8)$$

パスフロー x_p^k は常に OD 条件式を満たさねばならないため、式 (3. 8) は p について $r_k - 1$ 個でよい。OD 条件式は式 (3. 2) と (3. 3) から誘導されるが、これはある OD 交通に関するパスフローの合計が、その OD 交通に一致していることを示している。

$$\sum_{p=1}^{r_k} x_p^k = Q_k, \quad (k=1, 2, \dots, q) \quad (3. 9)$$

よって、式 (3. 8) と式 (3. 9) から連立方程式を解けば配分が実行できることになる。ところが、この連立方程式は高次であるため、解ベクトルを代数的に求めることは困難とされている。また、解ベクトルがいくつも存在する可能性もある。そこでまず、この連立方程式において各成分がすべて非負なる解ベクトルがはたして存在するのかどうかについて考察する必要があるであろう。

3. 4 解の一意性とその計算法

まず、単一の OD 交通でその間に平行経路が 2 本だけの場合を考える。ここで説明を容易にするために記号を簡略化し、すべてパスフローで記述して、経路 p の交通量を x_p 、式 (3. 4) の定数を a_p 、 b_p とする。また、OD 交通量は単に Q としておく。

このときの配分は、式 (3. 10) の連立方程式を解けば行なえる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{x_1}{Q} &= \frac{(a_1 x_1 + b_1)^{-a}}{(a_1 x_1 + b_1)^{-a} + (a_2 x_2 + b_2)^{-a}} \\ x_1 + x_2 &= Q \end{aligned} \right\} \quad (3. 10)$$

式 (3. 10) から x_2 を消去すると、次式が得られる。

$$x_1 (a_1 x_1 + b_1)^a = (Q - x_1) [a_2 (Q - x_1) + b_2]^a \quad (3. 11)$$

ここで、次のような関数 $f(x_1)$ を定義する。

$$f(x_1) = x_1 (a_1 x_1 + b_1)^a - (Q - x_1) [a_2 (Q - x_1) + b_2]^a \quad (3. 12)$$

この関数 $f(x_1)$ について、 x_1 が $0 \sim Q$ の範囲における性質を調べてみると、

$$\begin{aligned} x_1 &= 0 \text{ のとき} \\ f(0) &= -Q (a_2 Q + b_2)^a < 0 \end{aligned} \quad (3. 13)$$

$$\begin{aligned} x_1 &= Q \text{ のとき} \\ f(Q) &= Q (a_1 Q + b_1)^a > 0 \end{aligned} \quad (3. 14)$$

$0 \leq x_1 \leq Q$ の $f(x_1)$ の x_1 に対する微係数は、

$$\begin{aligned} \frac{df(x_1)}{dx_1} &= (a_1 x_1 + b_1)^n + x_1 \cdot n (a_1 x_1 + b_1)^{n-1} \cdot a \\ &\quad + [a_2 (Q - x_1) + b_2]^n + (Q - x_1) \cdot n \cdot \\ &\quad [a_2 \cdot (Q - x_1 + b_2)]^{n-1} \cdot a_2 > 0 \end{aligned} \quad (3.15)$$

式 (3.13), (3.14), (3.15) に示すとおり, $x_1 = 0$ では負, $x_1 = Q$ で正, そして, その間では単調増加する関数であるため, 明らかに $f(x_1) = 0$ を満たす x_1 は 0 と Q の間に唯一つ存在している。したがって, 単一の OD 交通で経路が 2 本の場合, 各成分が正なる解ベクトル (x_1, x_2) が一意的に定まることがいえる。

つぎに, やはり単一の OD 交通で平行経路が r 本になった場合を考える。このときは, いまのようにパスフローを順次消去することは無理であるから, つぎのように行なう。

式 (3.8) の時間比条件式は次式と同値である。

$$\begin{aligned} x_1 (a_1 x_1 + b_1)^n &= x_2 (a_2 x_2 + b_2)^n = \cdots \cdots \cdots \\ \cdots \cdots &= x_p (a_p x_p + b_p)^n = \cdots \cdots = x_r (a_r x_r + b_r)^n \end{aligned} \quad (3.16)$$

式 (3.16) においては各項とも x が正の範囲では単調増加関数であるため, この式中のどれか任意の 1 変数 x_p にある正値を与えると, これに対応して他の変数 x_l ($l \neq p$) も正値が 1 個ずつ一意的に決定される。このことは式 (3.17) に示す関数 $F(x_1)$ の性質を調べれば明らかであろう。すなわち, x_p が与えられると x_1 は $F(x_1) = 0$ なるものを探し出せばよい。

$$F(x_1) = x_1 (a_1 x_1 + b_1)^n - C \quad (3.17)$$

ただし, $C = x_p (a_p x_p + b_p)^n$ は所与。

そこで, 所与の x_p と 1 対 1 に対応する他の各変数 x_l との関数を次式であらわすことにする。

$$x_l = h_l(x_p), \quad (l \neq p, l = 1, 2, \cdots, r), \quad (3.18)$$

式 (3.17) の $F(x_1)$ のグラフは x_p の増大とともに原点から遠ざかるように移動するので, $F(x_1) = 0$ を満たす x_1 も増大する。したがって, $h_l(x_p)$ の x_p に対する微係数は常に正である。

$$\frac{dh_l(x_p)}{dx_p} > 0, \quad (x_p > 0) \quad (3.19)$$

さて, 式 (3.18) を OD 条件式に代入し, Q を移項して次のような関数 $G(x_p)$ を定義する。

$$G(x_p) = x_p + \sum_{l \neq p}^r h_l(x_p) - Q \quad (3.20)$$

この式において, $G(x_p) = 0$ となれば OD 条件式を満たすということである。さきの関数 $f(x_1)$ の場合と同様にして, 関数 $G(x_p)$ の性質を調べてみる。

$x_p = 0$ のとき

$$G(0) = -Q < 0 \quad (3.21)$$

$x_p = Q$ のとき

$$G(Q) = \sum_{l \neq p}^r h_l(Q) > 0 \quad (3.22)$$

$0 \leq x_p \leq Q$ における $G(x_p)$ の微係数は式 (3.19) より

$$\frac{dG(x_p)}{dx_p} = 1 + \sum_{l \neq p}^r \left[\frac{dh_l(x_p)}{dx_p} \right] > 0 \quad (3.23)$$

よって、 $G(x_p) = 0$ を満たす x_p は $0 \sim Q$ の間でただ一つ存在することがわかる。このことは同時に、この x_p に対して他の変数 x_l もそれぞれ 1 個ずつ定められるということであるから、こうして単一の OD 交通でその間に平行経路が r 本あるときも、すべての成分が正で、かつ、OD 条件式を満足する解ベクトルが一意的に定まることが証明できた。

つぎに、このモデルによる配分計算の方法について説明しておく。

はじめに、 $F(x_1) = 0$ を満たす x_1 を求める計算法から説明する。これは以下のようにして簡単に求めることができる。 $F(x_1)$

は、 x_1 が正の範囲では下に凸なる単調増加関数であるから、図-3.1 に示すごとく、 $F(x_1)$ が正となるような Q を適当に見出し、この点と点 $(x_1 = 0, F(0))$ を結ぶ直線から x_1 軸との交点を求め、これを $x_1^{(1)}$ とする。つぎにこの $x_1^{(1)}$ に対応する $F(x_1)$ 上の点、つまり、点 $(x_1^{(1)}, F(x_1^{(1)}))$ からこの曲線に対して接線を引き、 x_1 軸との交点を $x_1^{(2)}$ とする。以後まったく同様に、点 $(x_1^{(2)}, F(x_1^{(2)}))$ からの接線と x_1 軸との交点を $x_1^{(3)}$ というようにして、

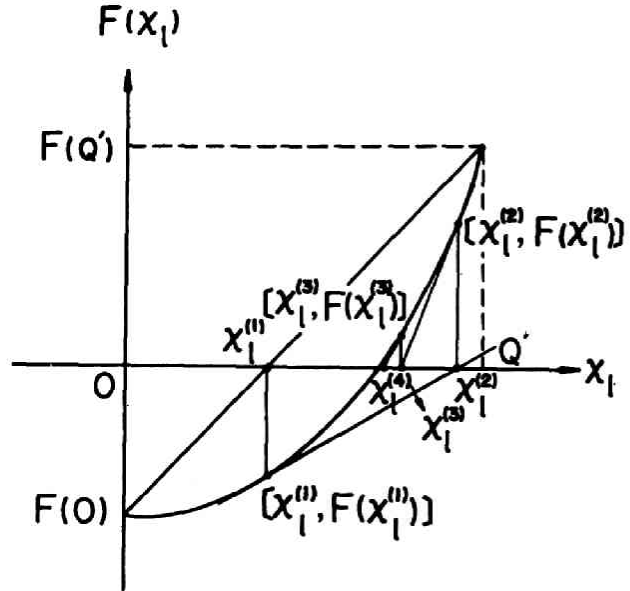


図-3.1 $F(x_1) = 0$ の求め方

同じ操作を繰返し、 $F(x_1) = 0$ を

満たす x_1 が求められる。この数値計算法はニュートンの方法とよばれている。

一方、 $G(x_p) = 0$ なる x_p を求める計算は、まず 2 点 $(x_p = 0, G(0) < 0)$ 、 $(x_p = Q, G(Q) > 0)$ を直線で結び、 x_p 軸との交点を $x_p^{(1)}$ とする (図-3.2)。上の $F(x_1)$ の計算はこの $x_p^{(1)}$ が求まったのちに行なわれるが、これらの $F(x_1) = 0$ を満たす変数 x_l ($l \neq p$, $l = 1, 2, \dots, r$) を式 (3.20) に代入し $G(x_p^{(1)})$ の関数値を調べる。もし、いま仮にこれが負であるとすると、この点 $(x_p^{(1)}, G(x_p^{(1)}) < 0)$ と点 $(Q, G(Q) > 0)$ を直線で結び、 x_p 軸との交点を $x_p^{(2)}$ とする。そしてここで再び x_p に対する $F(x_1^{(2)})$ の計算に戻り、さきと同様にし

て $G(x_p^{(2)})$ の関数値を調べる。もしこの関数値の符号が正なら、今度は2点 $[x_p^{(1)}, G(x_p^{(1)}) < 0]$, $[x_p^{(2)}, G(x_p^{(2)}) > 0]$ を通る直線と x_p 軸との交点から $x_p^{(3)}$ を求める。 $G(x_p)$ は単調増加関数ではあるが、 $F(x_1)$ のように下に凸といったような関数形ではないため、計算はこのように互に符号が排反したそれぞれのうちで最も大なる繰返し回数をもつ2点を順次結んでいくといった方法で行なう。

こうして、 $Q(x_p)$, $F(x_1)$ の計算を交互に繰返し、 $Q(x_p)$ が十分零に近くなったとき、計算を終了する。

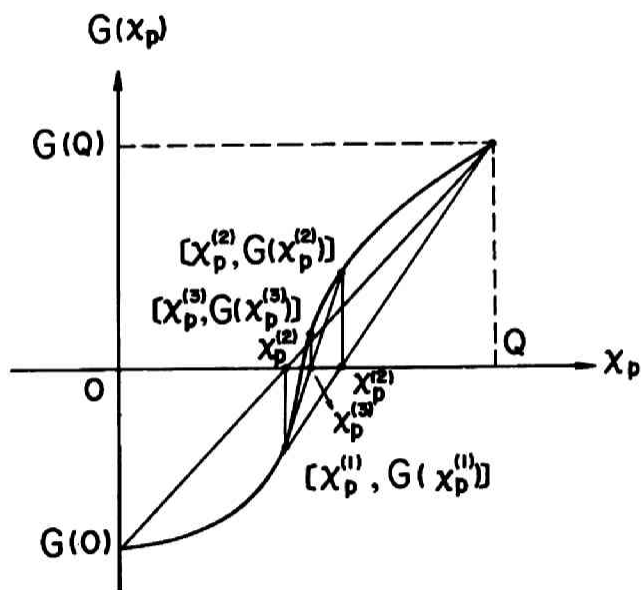


図 - 3.2 $G(x_p) = 0$ の求め方

以上で、平行経路をもつ単一のOD交通における実用解の唯一性、およびその計算法が明らかになった。

つぎに、このようなOD交通が複数になり、その経路が相互に重なり合う場合について考える。しかし、この場合は時間比条件式が、式(3.8)からでもわかるように、かなり複雑な連立方程式となってくるため、解の唯一性について代数的に証明することは困難であり、いまのところ数値解析的に例証するよりはかに手がない。

その計算方法は以下のような収束計算を用いる。

OD交通 k に関する経路交通量の集合を X_k で表わし、これをOD交通の順番に並べておく。

$$X_k = (x_1^k, x_2^k, \dots, x_{r_k}^k) \quad (3.24)$$

そして最初に、すべてのOD交通のすべての経路交通量に、OD条件式を満足し、かつ、非負なる値を任意に与えておく。たとえば、OD交通 k の経路交通量はすべて Q_k / r_k でもよい。そこで、この計算初期に与えられる経路交通量の集合をつぎのように表記しておこう。

$$X(s=1, k=0) = (X_1^{(0)}, X_2^{(0)}, \dots, X_k^{(0)}, \dots, X_q^{(0)}) \quad (3.25)$$

ここで、 $X_k^{(0)}$ は X_k に対応するものである。また、 s は計算サイクル数を示し、 k はその計算サイクルのうち k 番目の計算を指す。したがって、式(3.25)の $(s=1, k=0)$ は1回目の計算サイクルの初期状態であることを表わしている。

いま着目するOD交通以外の経路交通量の集合はすべて固定されているものとする。そうすると、着目するOD交通についてのみ可変となり、さきのOD交通が単一の場合と同じことになる。

まず、着目するOD交通1についてだけ時間比を満足する経路交通量の集合 $X_1^{(1)}$ を求める。そして、 $X_1^{(0)}$ の代わりに $X_1^{(1)}$ で置換えておく。よって、1回目の計算サイクルで1番目の計算が終った段階では、経路交通量の集合は下のようになっている。

$$X(1, 1) = (X_1^{(1)}, X_2^{(0)}, \dots, X_k^{(0)}, \dots, X_q^{(0)}) \quad (3.26)$$

つぎに、OD交通2に着目すると、式(3.26)の経路交通量の集合は固定されているから、やはり同様にしてOD交通2についてだけ時間比を満足する $X_2^{(1)}$ が求められる。こうして、着目するOD交通を順次移動させ、そのたびごとに既存の経路交通を、新しく求められる経路交通量で置換えて、OD交通 q まで計算を行なう。これで第1回目サイクルの計算は終るが、そのときの経路交通量の集合はつぎのようになっている。

$$X(1, q) = (X_1^{(1)}, X_2^{(1)}, \dots, X_k^{(1)}, \dots, X_q^{(1)}) \quad (3.27)$$

そして再びOD交通1に戻り、第2回目の計算サイクルに入って、以後同様の計算を何回か繰返して、これらの経路交通量の集合が一定値になるまで収束計算を行なう。このときはじめて、すべてのOD交通についての時間比が成立している。図-3.3のフローチャートはこの計算法をまとめたものである。

この数値計算の収束性、および一意性についての理論的根拠はいまのところ明らかではないが、次節の計算例からもわかるように、まず確かであろうと思われる。特に収束性については、これを理論的に証明することはきわめてむずかしく、数多くの数値計算を行なって実証的に明らかにするよりほか策はなさそうである。

ところで、これまでの議論は各OD交通の経路が平行で互に重ならない場合についてだけ考えてきた。しかし、実際はこのように単純ではなく、重なり合っている場合がほとんどである。そうすると、各OD交通ごとの時間比計算はこれまでのように簡単には行なえず、経路の重なり具合によってさきの方法論を一つのODについて何回か繰返さねばならないので、そのため計算量は飛躍的に増大してくる。しかし、実用的計算方法として十分その任に堪えるものであると思われる。

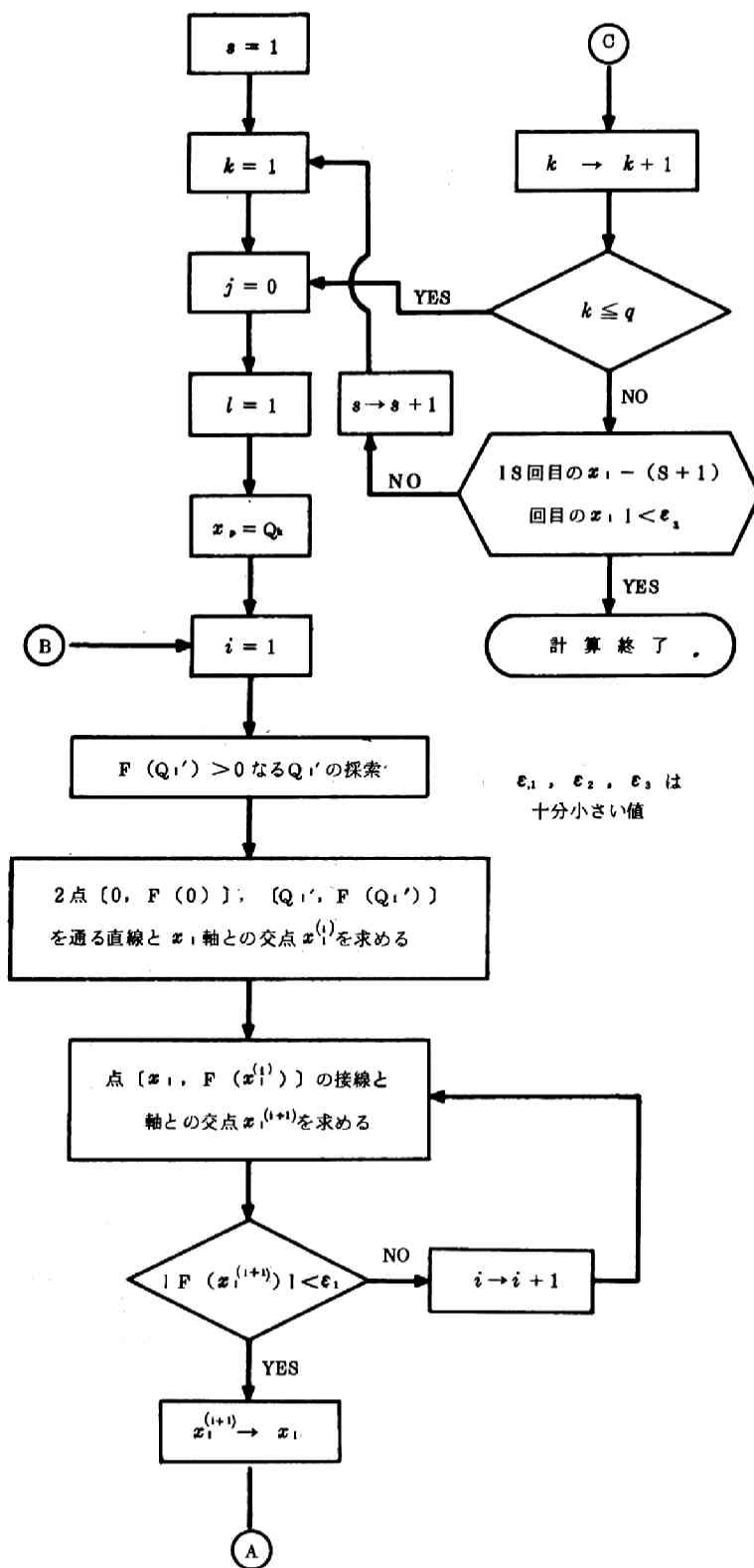
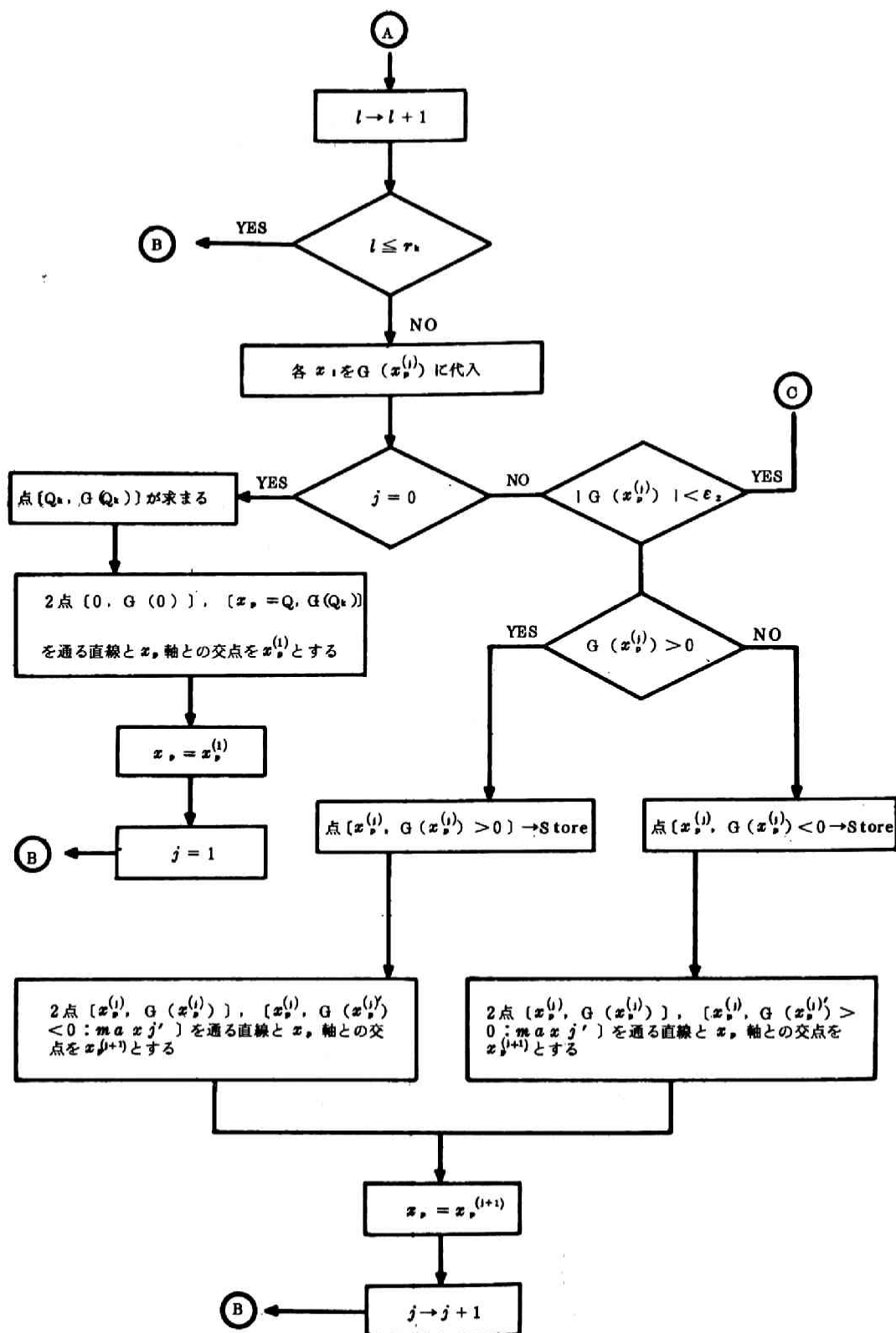


図-3.3 計算順序を示すフローチャート



3.5 計 算 例

本節の計算例においては、さきに述べた計算法の妥当性を明らかにするとともに、次の2点を検証することにある。第1点は、交通量の増大にともなう配分パターン（区間交通量の相対比）の変化を見ること、第2点は、時間比係数 n の値いかにによる配分パターンへの影響の程度を知ることである。そこで、まず図-3.4のような道路網でOD交通が、ノード1-4間、ノード2-3間に存在する最も簡単な例を考える（計算例1）。これらのODをそれぞれOD交通1, OD交通2とよび、その経路交通量を (x_1^1, x_2^1) , (x_1^2, x_2^2) として、図-3.5 (a), (b) のように与えておく。そして、OD交通1, 2の交通量の相対比を1対2と固定しておいて総OD交通量が、300台、3,000台、30,000台、になったときを想定し、あわせて、 n が6と12のときでは結果にどのような差異が生じるかを見てみることにする。したがって、計算ケースとしては6ケース行なっている。

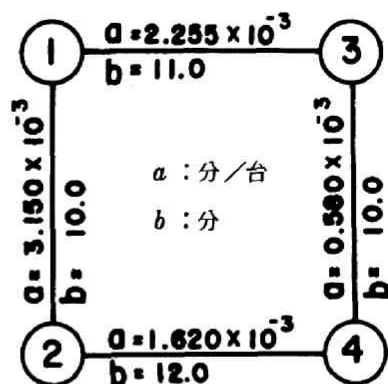
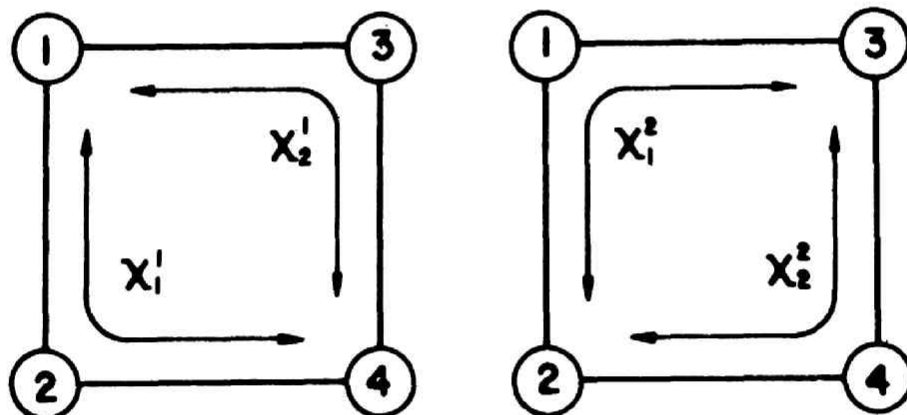


図-3.4 道路網と a , b の値



(a) OD交通1のパスフロー

(b) OD交通2のパスフロー

図-3.5 各OD交通の経路

この場合の時間比配分式はつぎのようになっている。

$$\frac{x_1^1}{Q_1} = \frac{[a_{12} X_{12} + b_{12} + a_{24} X_{24} + b_{24}]^{-n}}{\{[a_{12} X_{12} + b_{12} + a_{24} X_{24} + b_{24}]^{-n} + [a_{13} X_{13} + b_{13} + a_{34} X_{34} + b_{34}]^{-n}\}} = \frac{[a_{12} (x_1^1 + x_1^2) + b_{12} + a_{24} (x_1^1 + x_2^2) + b_{24}]^{-n}}{\{[a_{12} (x_1^1 + x_1^2) + b_{12} + a_{24} (x_1^1 + x_2^2) + b_{24}]^{-n} + [a_{13} (x_2^1 + x_2^2) + b_{13} + a_{34} (x_1^1 + x_2^2) + b_{34}]^{-n}\}}$$

$$x_1^1 + x_2^1 = Q_1$$

$$\frac{x_1^2}{Q_2} = (a_{12} X_{12} + b_{12} + a_{13} X_{13} + b_{13})^{-n} / \{ (a_{12} X_{12} + b_{12} + a_{13} X_{13} + b_{13})^{-n} + (a_{24} X_{13} + b_{24} + a_{34} X_{34} + b_{34})^{-n} \}$$

$$+ (a_{24} X_{13} + b_{24} + a_{34} X_{34} + b_{34})^{-n} \}$$

$$= [a_{12} (x_1^1 + x_1^2) + b_{12} + a_{13} (x_2^1 + x_1^2) + b_{13}]^{-n} /$$

$$\{ [a_{12} (x_1^1 + x_1^2) + b_{12} + a_{13} (x_2^1 + x_1^2) + b_{13}]^{-n} +$$

$$+ [a_{24} (x_1^1 + x_2^2) + b_{24} + a_{34} (x_2^1 + x_2^2) + b_{34}]^{-n} \}$$

$$x_1^2 + x_2^2 = Q_2$$

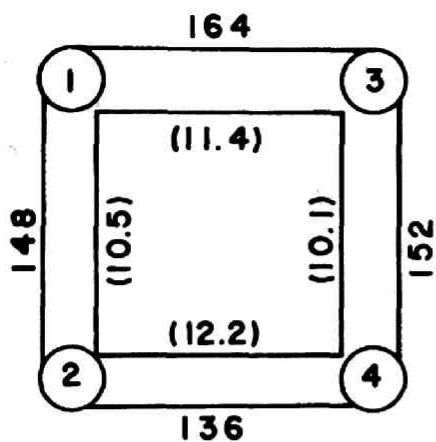
$$(3.28)$$

前節の計算方法によって、その結果は表-3.1, 図-3.6 (a) ~ (f) のように求まる。これら

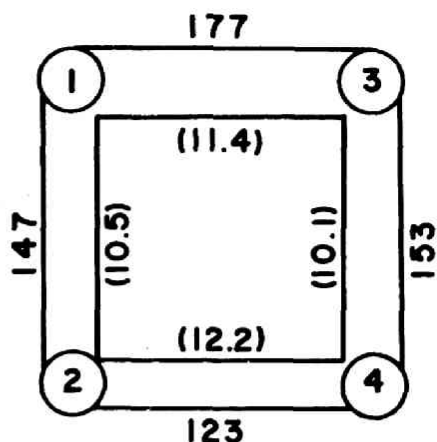
表-3.1 計算結果の経路交通量と走行時間

ケースNo.	ケース 1				ケース 2			
時間比係数	n = 6				n = 12			
OD交通量	Q ₁ = 100		Q ₂ = 200		Q ₁ = 100		Q ₂ = 200	
経路	x ₁ ¹	x ₂ ¹	x ₁ ²	x ₂ ²	x ₁ ¹	x ₂ ¹	x ₁ ²	x ₂ ²
交通量	42	58	106	94	35	65	112	88
走行時間	22.7	21.5	21.9	22.3	22.7	21.5	21.9	22.3
ケースNo.	ケース 3				ケース 4			
時間比係数	n = 6				n = 12			
OD交通量	Q ₁ = 1,000		Q ₂ = 2,000		Q ₁ = 1,000		Q ₂ = 2,000	
経路	x ₁ ¹	x ₂ ¹	x ₁ ²	x ₂ ²	x ₁ ¹	x ₂ ¹	x ₁ ²	x ₂ ²
交通量	348	652	770	1,230	270	730	684	1,316
走行時間	28.1	25.3	27.7	25.7	27.6	25.4	27.2	25.8
ケースNo.	ケース 5				ケース 6			
時間比係数	n = 6				n = 12			
OD交通量	Q ₁ = 10,000		Q ₂ = 20,000		Q ₁ = 10,000		Q ₂ = 20,000	
経路	x ₁ ¹	x ₂ ¹	x ₁ ²	x ₂ ²	x ₁ ¹	x ₂ ¹	x ₁ ²	x ₂ ²
交通量	2,562	7,438	5,294	14,706	1,971	8,029	4,422	15,578
走行時間	74.7	62.5	75.4	62.8	70.5	62.8	69.1	64.1

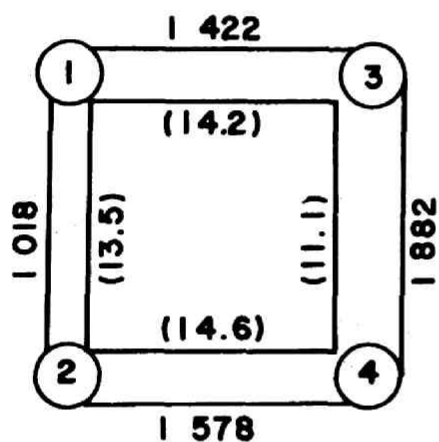
単位 交通量：台/日，走行時間：分



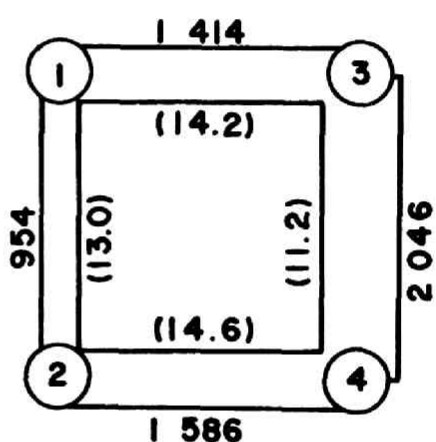
(a) ケース 1



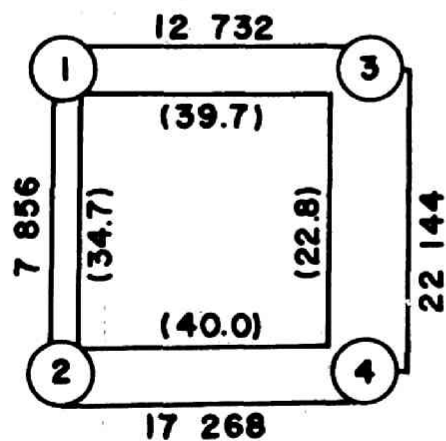
(b) ケース 2



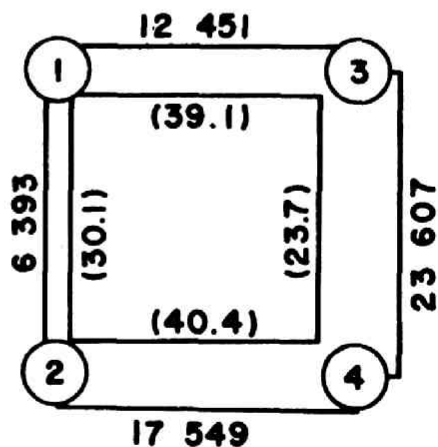
(c) ケース 3



(d) ケース 4



(e) ケース 5



(f) ケース 6

単位 交通量：台，走行時間：分（カッコ内に示す）

図-3.6 例題 I の計算結果（区間交通量，走行時間，配分パターン）

の図から、交通量の増大とともに配分パターンの変化していることがよくわかるであろう。まず、同じ時間比係数（ n が6でも12でもどちらでもよい）について、各区間交通量の相対的ウェイト（配分パターン）の変化をみると、たとえば最も高いウェイトを有する道路区間は、総OD交通量が300台のときは区間1-3であったのに、これが30,000台になると区間3-4に代わる。このように各区間の交通量は総OD交通量の変化に対してそれぞれ特有の増減を示しているが一般的な傾向としては、式（3.14）の α の値が大きい区間（規格の低い道路）ほど、その交通量の変化量は少ないようである。これは、 α の値が大きいということはそれだけ容量制約がきついということを示しているからにはならない。したがって、例題Ⅰでは、総OD交通量の増大にともない、交通量は区間1-2、1-3のウェイトが減少し、逆に区間2-4、3-4のウェイトが増大している。

つぎに経路交通量の変化について検討してみる。ここでは、走行時間の短い経路ほど選択率が高いので、これを他の経路に対して有利であるという表現をするならば、OD交通1においては、経路 x_2^1 の経路 x_1^1 に対する相対的な有利さは、交通量が増大しても変わらず、むしろその差は顕著になっている。ところが一方、OD交通2においては、交通量が少ないときは、経路 x_1^2 のほうが有利であったにもかかわらず、交通量が増大するにつれてその関係は逆転し、経路 x_2^2 のほうが有利となっている。このように、配分パターンは交通量の増大とともに変化するので、ある交通量で有利であった経路が、交通量が増加しても常にそうであるとはいえないのである。もしいまケース1（総OD交通量=300台、 $n=6$ ）の配分パターンがケース（総OD交通量=30,000台、 $n=6$ ）になっても不変であると仮定するなら、その配分結果はケース1の結果を100倍すればよく、区間交通量と走行時間は図-3.7に示すようになる。しかしこの場合、図-3.7をみてわかるように、経路 x_1^2 の走行時間が経路 x_2^2 のそれより大であるにもかかわらず、選択率では経路 x_1^2 のほうが高くなっている。このようなことは実際の一般的な交通現象からみて考えることができない。したがって、配分パターンが不変であることはあり得ないことであって、走行時間のより短い経路を選択する運転者が多いかぎり、

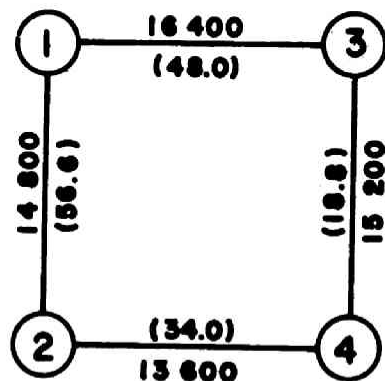


図-3.7 配分パターンが不変と仮定したときの区間交通量と走行時間（ケースⅠの交通量を100倍）

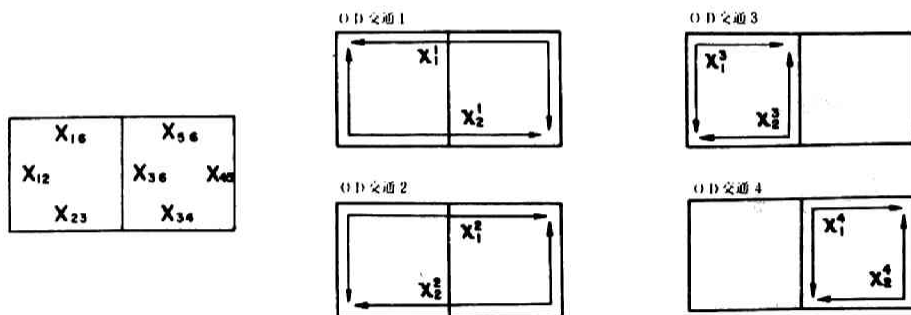


図-3.8 例題Ⅱの道路網、区間交通量 X_{ij} 、経路交通量 x_i^k

ケース5は図-3.6(e)のようなパターンに落着くはずである。また、図-3.6(e)、図-3.7の総走行時間を較べてみると、それぞれ 32.9×10^3 台時間、 39.6×10^3 台時間となっており、交通量が増大することにより配分パターン（区間交通量の相対比）としては総走行時間が小さくなる方向に変化していることがわかるであろう。

つぎに、図-3.8に示す道路網でOD交通を4個に増やし、その選択経路をそれぞれ図-3.8のように指定して配分計算を行なってみる。OD交通量は $Q_1 = 2,000$, $Q_2 = 6,000$, $Q_3 = 5,000$, $Q_4 = 9,000$ の場合とこれらを2倍した場合、そして、時間比係数 n は1と6と15の3つの場合について行なう。また、各道路区間の定数 a と b は表-3.2に示してある。これを例題Ⅱとしておく。

例題Ⅱを行なう主な理由は前述した計算法の収束性を検討するためであり、ここでOD交通の順序を入換えて計算を行なってみた。その結果の一例を示したのが表-3.3～3.5であるが、いずれも計

表3.2 例題Ⅱの道路定数 a , b の値

道路区間	$a (\times 10^{-3} \text{ 分/台})$	$b (\text{ 分})$
1-2	1.540	5
2-3	6.860	4
3-4	1.848	6
4-5	1.540	5
5-6	3.220	7
1-6	2.464	8
3-6	4.600	10

表-3.3 例題Ⅱ, OD交通の順序が1.2.3.4のときの収束計算の結果の過程と結果 ($n=6$), 経路交通量

計 算 ステップ	$Q_1 = 2,000$		$Q_2 = 6,000$		$Q_3 = 5,000$		$Q_4 = 9,000$	
	x_1^1	x_2^1	x_1^2	x_2^2	x_1^3	x_2^3	x_1^4	x_2^4
1	213	1.783	1.916	4.084	3.738	1.262	3.103	5.897
2	382	1.618	2.053	3.947	3.303	1.697	2.882	6.118
3	398	1.602	2.236	3.764	3.177	1.823	2.764	6.236
4	391	1.609	2.313	3.687	3.119	1.881	2.717	6.283
5	388	1.612	2.346	3.654	3.094	1.906	2.697	6.303
6	387	1.613	2.360	3.640	3.084	1.916	2.688	6.312
7	386	1.614	2.366	3.634	3.079	1.921	2.684	6.316
8	386	1.614	2.368	3.632	3.077	1.923	2.683	6.317
9	386	1.614	2.369	3.631	3.076	1.924	2.682	6.318
10	386	1.614	2.370	3.630	3.076	1.924	2.682	6.318

単位 台/分

題Ⅰで述べたことと同じである。

表-3.6 例題Ⅱ, O D 交通量および時間比係数 n が変化したときの道路区間交通量とその走行時間

時間比 係 数	O D 交通量	道路区間	X_{12}	X_{23}	X_{34}	X_{45}	X_{56}	X_{16}	X_{36}
$n=1$	N_1	交 通 量	6,587	6,795	9,952	9,569	7,048	6,205	5,844
		走行時間	15.1	9.8	24.4	19.7	29.7	23.3	36.9
	N_2	交 通 量	13,249	13,548	19,890	19,093	14,110	12,452	11,658
		走行時間	25.4	15.7	42.8	34.4	52.4	38.7	63.6
$n=6$	N_1	交 通 量	7,060	7,168	11,563	10,334	5,437	5,832	4,606
		走行時間	15.9	10.2	27.4	20.9	24.5	22.4	31.2
	N_2	交 通 量	14,295	14,195	22,789	20,300	11,211	11,805	9,406
		走行時間	27.0	16.2	48.1	36.3	43.1	37.1	53.3
$n=15$	N_1	交 通 量	7,415	7,327	12,066	10,324	4,934	5,673	4,262
		走行時間	16.4	10.3	28.3	20.9	22.9	22.0	29.6
	N_2	交 通 量	15,013	14,477	23,547	20,156	10,353	11,523	8,830
		走行時間	28.1	16.5	49.7	36.0	40.3	36.4	50.6

注) N_1 は $Q_1=2,000$, $Q_2=6,000$, $Q_3=5,000$, $Q_4=9,000$ のとき

N_2 は $2N_1$ のときをいう。

単位 交通量:台, 走行時間:分

さてここで, 例題Ⅰと例題Ⅱをあわせて, 時間比係数 n が変われば配分結果にどのような差異が出てくるかを見てみることにする。表-3.1, 表-3.7, 表-3.8を見てわかるように, 当然のことながら係数の値 n が大きくなれば, それだけ走行時間が経路選択率に鋭敏に効いてくるので, 経路交通量の

表-3.7 例題Ⅱ, 時間比係数 n の変化による経路交通量と走行時間への影響, N_1 のとき

n の 値	O D 交通量	$Q_1=2,000$		$Q_2=6,000$		$Q_3=5,000$		$Q_4=9,000$	
	経 路	x_1^1	x_2^1	x_1^2	x_2^2	x_1^3	x_2^3	x_1^4	x_2^4
$n=1$	経路交通量	809	1,191	2,652	3,348	2,744	2,257	3,587	5,413
	走行時間	72.7	46.3	67.9	54.1	38.2	46.9	66.7	44.2
$n=6$	経路交通量	386	1,614	2,371	3,629	3,075	1,925	2,680	6,320
	走行時間	67.8	53.5	62.8	58.5	38.3	41.4	55.7	48.3
$n=15$	経路交通量	129	1,871	2,336	3,664	3,208	1,792	2,469	6,531
	走行時間	65.8	55.0	61.3	59.5	38.4	39.9	52.5	49.2

単位 交通量:台, 走行時間:分

表-3.8 例題Ⅱ, 時間比係数 n の変化による経路交通量と走行時間への影響, N_2 のとき

n の値	OD交通量	$Q_1 = 4,000$		$Q_2 = 12,000$		$Q_3 = 10,000$		$Q_4 = 18,000$	
	経路	x_1^1	x_2^1	x_1^2	x_2^2	x_1^3	x_2^3	x_1^4	x_2^4
$n=1$	経路交通量	1,602	2,398	5,320	6,680	5,530	4,470	7,188	10,812
	走行時間	125.5	83.9	116.5	92.9	64.1	79.3	116.0	77.2
$n=6$	経路交通量	755	3,245	4,865	7,135	6,185	3,815	5,591	12,409
	走行時間	116.5	91.3	107.2	100.6	64.1	69.5	96.4	84.4
$n=15$	経路交通量	255	3,745	4,844	7,156	6,424	3,576	5,254	12,746
	走行時間	112.7	94.3	104.8	102.2	64.5	67.1	90.9	86.7

単位 交通量：台，走行時間：分

差は大きくなっている。しかし、全般的に見ると、交通量の変化は n の変化に較べてそれほど目立ったものとはいえない。特に道路区間交通量（図-3.6，表-3.6）では、ほとんど差がないといってもよいくらいである。本来、この係数の値は交通量や経路数によって異なってくるものであるが、これらのことを考えると、その値の決定についてはさほど神経質になる必要はないように思われる。

このように n の値の少々の増減は、配分パターンにそれほど影響を及ぼさないが、しかし、配分における n の物理的意味は重要である。すなわち、この時間比係数 n は、運転者が全体として選択経路における情報をどの程度得ているかを示すパラメーターとして考えることができるのである。

運転者はだれしもできることなら走行時間のより短い経路を選択したいと思っているが、実際にはどの経路が短いのかよくわからないため直観に頼っているのが実状である。ところが、どの運転者もトリップを多数回繰返すと各経路の走行時間はある程度わかるようになるので、その間に交通量は走行時間の短い経路に次第に集まり、反対に走行時間の長い経路は選択されなくなるだろう。そしてその結果、選択された経路の走行時間にはほとんど差のなくなることが考えられる。また、もしも経路に関する情報がまったく得られないとすれば、そこに存在する経路はすべて等確率で選択されるだろう。前者は経路選択に際して走行時間の影響がきわめて大きい場合で、 n が無限大のときに相当する。後者は走行時間が知り得ないため走行時間が経路選択に対し何の役割も果さない場合で、 n が零のときに相当する。実際の現象ではこのような両極端の場合はいずれもあり得ないので、 n はこの中間の値をとっているものと思われる。

したがって、 n の値が大きいほど運転者は選択しようとしている経路の走行時間によく通じていることを表わしている。事実、表-3.1，3.7，3.8の計算結果をみると、 n の値が大きくなるにつれ、経路交通量の差はひらくのに対し、経路走行時間の差は縮まっており、また、 n の値が小さくなればこの逆の現象が起っている。こうして、 n が無限大のときは等時間原則の解に、 n が零のときは均等配分になることがいえる。ただし、このとき経路は選択可能なすべての経路が考慮されていることが

前提である。

なお、例題 I では以下に示す別の数値計算法によっても求解可能である。³⁵⁾

式 (3.28) における 2 つの OD 条件式を用いて、第 1 式、第 3 式から経路交通量 x_1^1 、 x_2^2 を消去すると次式が導ける。

$$\frac{x_1^1}{Q_1 - x_1^1} = \frac{[a_{13} (Q_1 - x_1^1 + x_1^2) + b_{13} + a_{34} (Q_1 - x_1^1 + Q_2 - x_1^2) + b_{34}]^n}{[a_{12} (x_1^1 + x_1^2) + b_{12} + a_{24} (x_1^1 + Q_2 - x_1^2) + b_{24}]^n} \quad (2.29)$$

$$\frac{x_2^2}{Q_2 - x_1^2} = \frac{[a_{24} (x_1^1 + Q_2 - x_1^2) + b_{24} + a_{34} (Q_1 - x_1^1 + Q_2 - x_1^2) + b_{34}]^n}{[a_{12} (x_1^1 + x_1^2) + b_{12} + a_{13} (Q_1 - x_1^1 + x_1^2 + b_{13})]^n} \quad (2.30)$$

そして、ここで式 (2.29)、(2.30) から次の関数 g_1 、 g_2 を定義しておく。

$$g_1(x_1^1, x_1^2) = \frac{x_1^1}{Q_1 - x_1^1} - \frac{[a_{13} (Q_1 - x_1^1 + x_1^2) + b_{13}]}{[a_{12} (x_1^1 + x_1^2) + b_{12}]} \\ * \frac{[a_{34} (Q_1 - x_1^1 + Q_2 - x_1^2 + b_{34})]^n}{[a_{24} (x_1^1 + Q_2 - x_1^2) + b_{24}]^n} \quad (2.31)$$

$$g_2(x_1^1, x_1^2) = \frac{x_2^2}{Q_2 - x_1^2} - \frac{[a_{24} (x_1^1 + Q_2 - x_1^2) + b_{24}]}{[a_{12} (x_1^1 + x_1^2) + b_{12}]} \\ * \frac{[a_{34} (Q_1 - x_1^1 + Q_2 - x_1^2) + b_{34}]^n}{[a_{13} (Q_1 - x_1^1 + x_1^2 + b_{13})]^n} \quad (2.32)$$

いま、関数 g_1 において、変数 x_1^2 を固定し、変数 x_1^1 を動かせば 1 つの軌跡がえがける。固定変数 x_1^2 を零から Q_2 まで α 等分し、各 x_1^2 の点での g_1 の曲線の例を示したのが図-3.9 である。同様にして、関数 g_2 において、固定変数を x_1^1 、可動変数を x_1^2 とし、 x_1^1 を零から Q_1 の間で β 等分したのが図-3.10 である。ここで、 $g_1 = 0$ を満たす点は、OD 交通 1 についてだけ時間比の成立する点であり $g_2 = 0$ なる点は、OD 交通 2 についてだけ時間比の成立する点である。ケース 5 を例にとって、図-3.9、図-3.10 の $g_1 = 0$ 、 $g_2 = 0$ を満たす点をそれぞれ求めてみると、表-3.9 のようになる。これをグラフにプロットしたのが図-3.11 である。このとき、われわれの求める解は $g_1 = 0$ 、 $g_2 = 0$ を同時に満たす 2 つの曲線の交点 W であることはいうまでもないが、その座標位置は、 $x_1^1 \doteq 2,600$ 台、 $x_1^2 = 5,300$ 台となっており、表-3.1 のケース 5 の結果と較

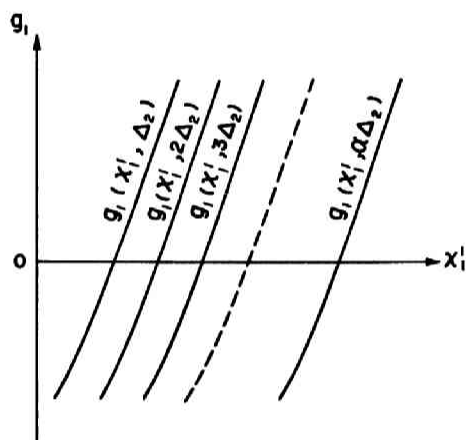


図-3.9 $g_1(x_1^1, \alpha \Delta_2)$ のグラフ

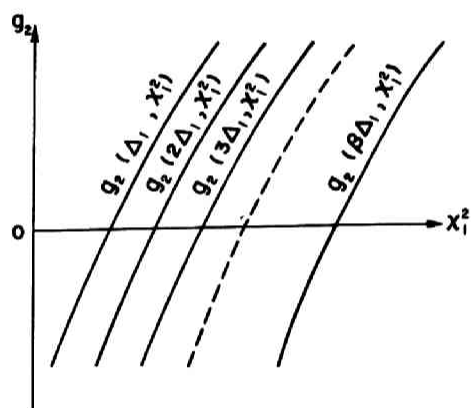


図-3.10 $g_2(\beta \Delta_1, x_1^2)$

表-3.9 $g_1=0, g_2=0$ を満足する x_1^1, x_1^2 の組合せ (ケース5)

$g_1(x_1^1, x_1^2)$		$g_2(x_1^1, x_1^2)$	
x_1^1	x_1^2	x_1^1	x_1^2
0	5, 232	2, 393	0
1, 000	5, 262	2, 456	2, 000
2, 000	5, 292	2, 521	4, 000
3, 000	5, 323	2, 589	6, 000
4, 000	5, 352	2, 651	8, 000
5, 000	5, 379	2, 713	10, 000
6, 000	5, 407	2, 770	12, 000
7, 000	5, 434	2, 826	14, 000
8, 000	5, 460	2, 880	16, 000
9, 000	5, 486	2, 929	18, 000

単位 台/回

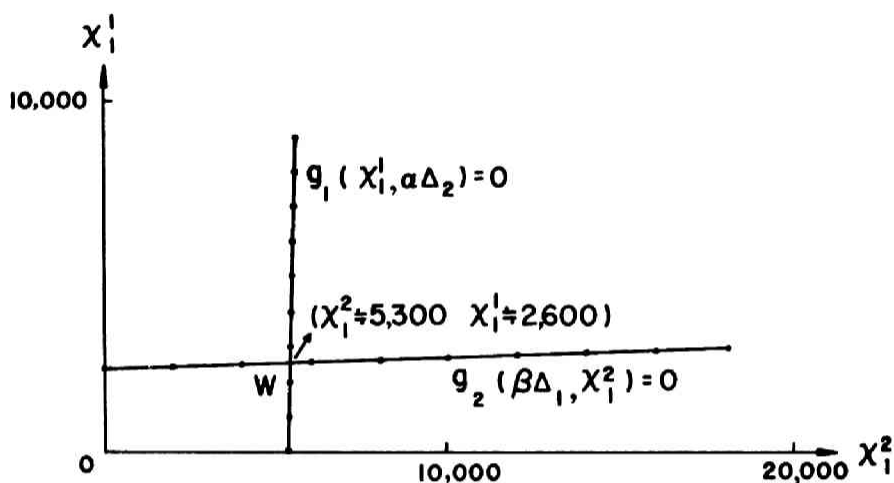


図 - 3.11 時間比を満足する解 W (例題 I のケース 5)

べてみても、ほぼ一致していることがわかる。また、図 - 3.11 からわかるように、W 以外の点では解は存在しないので、解の一意性も明らかである。よって、例題 I についてみると、前記計算法の妥当性がこれで確認されたことになる。しかし、この数値解析法は例題 I のような場合にかぎられるもので、OD 交通や経路数がこれ以上増えると適用できない。

3.6 結 語

以上、交通量による走行時間の影響を考慮して、各 OD 交通に対し走行時間の短い経路ほど選択率が高いという時間比配分を考察してきた。そして、この配分モデル式は高次の連立方程式となるのでまず、解の存在性と一意性を確かめ、ついで、その計算方法を導いてきた。

ところで最初、時間比配分の計算は、つぎのような方法を試みていた。まず、OD 条件式を満足するよう適当に経路交通量を仮定し、これらを式 (3.8) の右辺に代入することにより、新たな経路交通量を求める。次に、これらを再び右辺に代入して、走行時間を修正した時間比で第 2 回目の経路交通量を求める。そして以後は、同様な操作を繰返す収束計算によって求める方法である。しかし、の方法では常に解が収束するとはかぎらず振動する場合もある。傾向としては、交通量が少ないと収束し、交通量が多いと振動するようであった。トロントモデルや加藤モデルにおいてダンピング係数を導入して強制収束させるのは、このような場合に対応して行なったものであろう。そこで、本研究ではこの収束計算法を断念し、本文で述べたような計算法を開発したのである。

本研究は、加藤モデルや星野モデルの概念と、経路評価値を確率分布で与える点を除いて、具体的に異なるところはないが、本論文の特徴は、ネットワークにおける時間比配分の求解の可能性や解の性質について理論的に構成、発展させたことにある。特にこれら 2 つのモデルと異なる主なところは加藤モデルのような強制収束という計算法を避けたこと、当初の星野モデルのような、経路が 3 本以上になると基準経路のとり方によって解が異なるという欠点を有しないこと、さらに、加藤、星野両モデルにおいて触られていない解の唯一性についても追究した点にある。そして、時間比配分にお

ける時間比係数 n が無限大になると等時間配分に、零になると均等配分になることも明らかにした。

本モデルでは、経路の指定についての制約は別になく、明らかに不合理な経路指定をしないかぎり任意に行なってもよい。もともと、経路選択は配分と同時に決定されるべきもの、すなわち、配分経路以外で走行時間のより短い経路が存在しないことが満足しなければならないが、本モデルでこれを行なうことは非常に面倒である。また、交通量の増大とともに、選択対象経路は増加する傾向がある。それで配分に先立って経路指定を行なう場合は、便宜的とはいえ、可能と思われる経路を少し大目にとっておけばよいであろう。

本モデルは、経路選択における要因を走行時間だけとした時間比配分の原型を示したにすぎないがもちろん、これを実際に応用していくためには走行時間のほか、経済性、快適性等を加えた複合的な要因を考慮して行なっていかなければならない。

しかし、時間比配分の欠点は経路指定の仕方によって固有の解が存在することであり、この点で評価に客観性が欠けてくる。また、時間比係数 n の決め方についても、OD間の距離が短いほどその値を大きくするということも考えられるが、今後の課題として残される。その上経路が多いと、特に経路が平行でなく重なり合っていると1つのOD交通についての計算も何重かの繰返計算を行なわねばならないため、計算量が膨大となってくることである。この点については第7章で近似計算法を示しておいたのでそれほど欠点とはならないと思われる。

第4章 等時間原則配分

4.1 概 説

等時間原則による交通量配分とは「各OD交通ごとに、その間に存在する経路のうち利用される経路については走行時間が同じで、利用されない経路についてはそれ以上の時間を要する」というものである。これは各運転者がどこの道路は混んでいるとか、どこそこの道路は走り易いとかいったように、経路選択に関する情報を完全に得ているとしたときの交通量配分であり、完全情報という立場がたてまえとなっている。いうまでもなくこのときは、どの運転者もより走行時間の短い経路を希望しているとする。現実的にはこのたてまえは認められないかもしれないが、日頃のトリップの積重ねによる経験や、聞き伝え等によってある程度の交通状況は知ることができよう。また、最近では交通情報センターから各運転者に交通混雑等の情報を伝達するシステムも運用されており、こうした情報伝達技術が今後さらに発達することを考えれば、現実の交通現象も等時間原則配分の現象に近づいていくものと思われる。

等時間原則による交通量配分は Wardrop, J. G. (1952)⁷⁾ 以来数多くの研究者によって試みられているが、いまだネットワークにおけるマルチコモディティの問題として、この原則が常に満足される解法は確立されていないようである。そのうちよく知られている実用的な方法で Wayne³⁶⁾ 法がある。この方法はこれまでの実際計算を通じて等時間原則の解が求められるといわれているが、収束の保証など理論的にはあいまいな点が少なくない。また Mosher³⁷⁾の方法にしても一般的な方法とはいえず、限られた例題を解けるにとどまっていると思われる。一方、佐佐木綱教授の論文⁸⁾も解を求めるアルゴリズムについては今後の課題として残されている。しかし、最近では個々のOD交通についての等時間原則が成立するように繰返し計算を行なうことによって解を求める方法²⁵⁾が提案されている。

交通量配分解析における変量の取扱い方は大別するとパスフロー（あるいはルートフロー）、リンクフロー（あるいはアークフロー）、そして全OD区間交通量の3通りに分類できることはすでに述べたとおりである。パスフローによる方法とは、各OD交通ごとにその間に存在する経路の交通量を変量として行なうものである。これに対しリンクフローによる配分は、各OD交通ごとに経由する道路区間の交通量を変量するもので、ネットワーク理論におけるマルチコモディティの問題は一般的には交通量の方向を区別するアークフローを変量として行なわれている。また、全OD区間交通量による方法とは、パスフローあるいはリンクフローをすべてのOD交通について重ね合わせた道路区間交通量そのものを変量とする方法である。

本論文ではこのうち、まずパスフローを用い、道路区間走行時間がその交通量と線型関係を有するものと仮定して等時間原則配分を論じ、そのときの解の性質について論究する。ついで、全OD区間交通量を変量とした配分解析を論じる。

バスフローによる解析はすでに佐佐木論文⁸⁾でも試みられているが、本論文もこれに多大の示唆を得て研究がなされている。佐佐木論文では、OD条件式と等時間条件式だけでは変数の数に対し条件式の数が不足することを指摘し、これを補なうべく配分条件式を導入することを提案している。しかし、その問題点は、配分比条件式を導入したとき、連立方程式が高次となって解析上に難があることである。これに対して本論文では、等時間原則を満足する全ODについての各道路区間交通量が求まったとき、これを各OD交通ごとの経路交通量で表わそうとしても一意的には定まらないことを明らかにした。すなわち、区間交通量が一定値でありさえすれば、その道路区間を通過するOD構成の内訳は任意でよいことを示している。そこで本文では、その内訳決定のために情報不均等、情報均等の2つの立場を導入して配分することを提案している。情報不均等な立場とは、OD交通の距離が長くなるほど途中経路に関する情報が不確かになるということを考えたときであり、情報均等な立場とは、OD交通の距離の長短にかかわらずその間の情報の確かさは変わらないと考えたときである。このうち情報均等な立場というのは、佐佐木論文でいう配分比条件式を導入した場合に相当している。そして情報均等な場合の解は、情報不均等な立場から出発する収束計算をすることによって求められることを示している。ただし、本論文も理論的複雑さを避ける意味から佐佐木論文と同様、主として三角型の道路網を対象として考察を行なっている。

ところで、これらの議論はすべての等時間経路が既知であることが前提となって理論づけがなされているが、この等時間経路の探索についてはこれまで未解決の問題として残されてきている。いままではその一つの方法として、各OD交通のすべてをその最短経路に配分し、これより等時間経路を探索するという第1次配分法（予備配分）を考えてきた。実際に簡単な例では、この第1次配分法によっても等時間原則を満たす解は求められているが、大規模な道路網ではその保証は何もなかった。この点についてはあとで述べるように、第1次配分法によって等時間配分を常に行うことは困難であることが明らかとなったので、一応この方法は断念せざるを得なくなった。

また、各OD交通ごとの経路交通量（バスフロー）を変量とすると、解が唯一に定まらないということのほか、対象道路網が大規模になった場合、取扱う変数の数がおびただしい数になるので、計算機の容量の点からも特別な計算方法を考えないかぎり、事実上計算が不可能となってしまうことがある。

これらのことを考えて、本論文では全OD区間交通量を変量とした等時間原則の解を求めるための計算アルゴリズムを新たに開発し、ここに提案するものである。この方法を著者は便宜上カット法とよんでいる。カット法の特徴は、道路網を切断（カット）したときの断面交通量に関するカット方程式と、道路網の各ループ内の等時間方程式から成る連立方程式によって全OD区間交通量を求めようとするところにある。したがって、この方法によれば未知数の数は道路区間の数だけでよいので、従来の方法に比べると取扱う変数の数は著しく少なくて済む。この方法による計算アルゴリズムはつぎのとおりである。各OD交通量を一定の割合で漸増させ、連立方程式によって求められる配分結果から、等時間経路が新たに生じあるいは消滅するかどうか検討する。そして、等時間経路に変更があるとき、そのつどこれらの等時間経路に対応した一次独立なカット方程式を探索しなおし、同様な配分

計算を所定のOD交通量に達するまで実行していく。このとき、道路区間の走行時間と交通量の関係を表わす容量関数（走行時間関数）が線型であると、この線型の性質を利用してさきのように一定の割合でOD交通量を漸増させなくても、等時間経路に必ず変化が起こるよう能率的に計算を進めていくことができる。

一般的には容量関数は非線型であるが、そのときでもこれを折線で近似すれば、上の方法がそのまま適用できる。

このようにして全OD区間交通量が求まれば、各OD交通ごとの経路交通量あるいは経由道路区間交通量は、情報不均等とか情報均等の立場といった別の仮定を導入することによって求められる。

ここで興味深いことは、本研究を通じて発見されたことであるが、OD交通量が増加していった場合、それまで存在していた経路の消滅することがあることである。一般には交通量が増えると、各OD交通の等時間経路も増加していくが、時にはこのようなことも起り得るのである。こうした事実からも、前にのべた第1次配分による等時間配分の実行可能性の困難さが理解されよう。

カット法の一般的な適用性については理論的単純さを求める意味から、まず三角型道路網にかぎって考察する。一方、交通量配分における等時間原則と総走行時間最小化原則の関係については、容量関数の形を変換すれば全く同じ方法で取扱えることが明らかとなっている¹⁵⁾ので、等時間原則を対象として考えてきたこのカット法は、そのまま総走行時間最小化配分にも適用できることがわかる。また、本論文ではOD交通量を漸増させるという計算方法をとっているため、このことが第7章で述べる道路網の最大容量を評価するとききわめて有利となってくる。

4.2 等時間原則の定義とその意義

交通量配分における等時間原則配分は総走行時間最小化配分と同じくWardropによって提唱されたものであるが、⁷⁾Jorgensen はつぎの2式でもってこれを定義している。³¹⁾

$$\text{定義式 1} \quad T_{ij} + \lambda_i^{(k)} - \lambda_j^{(k)} \geq 0$$

$$\text{定義式 2} \quad (T_{ij} + \lambda_i^{(k)} - \lambda_j^{(k)}) x_{ij}^{(k)} = 0$$

ここに、 T_{ij} ：道路区間 ij の走行時間

$x_{ij}^{(k)}$ ： k に始点をもつ道路区間 ij の交通量

$\lambda_i^{(k)}$, $\lambda_j^{(k)}$ ：始点 k から地点 i , j にいたる交通量に依存した走行時間

定義式1は道路区間 ij が k に始点をもつOD交通に利用されていない場合であり、定義式2は利用されている ($x_{ij}^{(k)}$ が正となっている) 場合を示している。

これらの定義式のもつ意味は、各OD交通ごとにその間で利用する経路についてはその走行時間が同じで、利用しない経路についてはそれ以上の時間を要するということを示している。この原則はかなり直観的な発想から出てきたものであろうが、われわれが経路選択を行なう際、距離的に最短と思われる経路が混雑していることがわかると、少し回り道になっても交通混雑がなく走行円滑な経路を

利用することはよくあることである。これはこのいずれの経路を選択するにせよ、それほど走行時間に差はないであろうという直観的判断にもとづいているからなのである。

ところで、運転者はすべての経路を見通せるわけではなく、経路の走行時間は実際に走って見ないことには何ともいえない。しかし、交通量配分モデルはもともと実時間を対象としたものではなく、トリップが多数回繰返されたとき実現するであろうと思われる交通現象を期待値的に示すにすぎないものである。したがって、トリップが繰返されるとそのうち経路に関する情報が蓄積されるので、次第に交通現象は等時間配分のパターンに近づいていくと考えられる。また、この等時間配分に対して時間比配分は、経路に関する情報があいまいでばらついているとしたときであるが、経路選択における走行時間の効き方を示す時間比係数 n を無限大にすると、時間比配分は等時間配分に一致することがいえる。⁶⁾ よって、等時間原則配分は経路に関する情報を完全に知り得るという完全情報の立場が前提となっていることがわかる。さらに、こうした等時間原則配分は交通運用という面を考えると近い将来実時間な面での理論として応用される可能性も大きい。たとえば、中央情報管制センターのようなものができて、各ドライバーとの情報交換が完全に行なえるようになると、ドライバーは出発地と目的地さえ告げれば、これを中央でコントロールすることによって各車の運行経路が指定され、より安全で効率的な交通がオートマチックに運用管理されるようになる。そのときには、この交通運輸システムにおいて等時間原則配分の果す役割はきわめて大きいと考えられる。なぜなら、この原則はトリップを行なう人達にとっても都合のよい運行形態であり、また解析においても主観的要素の入る余地が少ないうえ、管理者にとっても合理的な交通制御が達成できるからである。等時間原則配分はいまのところ数多くある配分法のうちでも、現実の交通現象とはそれほど矛盾しないこと、およびその解析結果の評価に客観性が保たれること、という2つの重要な課題を最もかなえてくれるものであるため、今後の配分解析においてはこの原則が中心的な位置を占めてくるとと思われる。

4.3 従来の研究とその問題点

等時間原則配分の解法に関する研究はWardrop 以後、Smock, Overgaard, Mosher. それにわが国では佐佐木教授らによってこれまで行なわれてきたが、理論的には完全に解明されているわけではなく、数多くの問題点が残されている。

まず、大規模なネットワークにおける計算法としてWayne 法がよく知られている。³⁶⁾ この方法はWayne 州立大のSmock, R. Bによって開発されたものであり、その概略は以下のとおりである。

- (1) 各道路区間に交通容量と標準速度を与えておく。
- (2) この標準速度によって、各OD交通の最短経路を見出し、これらの経路に各OD交通量のすべてを配分する。
- (3) 上で配分された交通量と所与の各道路区間の交通容量から混雑度を算定し、これによって道路区間の走行時間を修正する。
- (4) この修正された走行時間を用いて各OD交通の最短経路を再び探索する。そして、さきの経路

との間でOD交通量を2等分する。

(5) 以後同様にして、走行時間を修正することに新しい最短経路を探索し、それまでに求められた最短経路数で等配分していく。ただし、同じ経路が出てくれば、その出現した回数に対応した分だけ配分される。

(6) こうして交通量あるいは走行速度が一定値に収束するまで計算が続けられる。

また、Overgaard, K. RはこのWayne法を修正した方法を提案している。³⁸⁾ その相違点は、最初の配分を交通量が全然流れていないとした、いわゆる零フロー時の走行時間で行なうことと、走行時間の修正の式が異なっているというだけで、その他についての考え方はWayne法とまったく同じである。

これらの方法はいずれも実際の道路網を対象として計算が試みられており、これまでの経験から解の求められることが確かめられている。Beckmanも、もしこの計算が収束すれば直観的に考えて、等時間原則による配分と一致するだろうといっている。³¹⁾ しかし、これらの方法が常に収束して必ず等時間原則の解が求められるかどうかについては、その理論的な保証はない。

一方、Mosherと佐佐木教授は解析的な手法で等時間原則配分を行なおうと試みている。

Mosher, W. Wによる方法は、³⁷⁾ 非線型な容量関数を与えておき、パスフローを変量として解こうとするものである。その手順はつぎのとおりである。

- (1) 選択可能なすべてのパスを列挙しておいて、これについてOD条件式と等時間条件式を作成する。
- (2) この連立方程式は逐次近似計算法で行なう。
- (3) 解の収束が近づいた段階で、パスフローが零に近づいた場合、もしその零フロー時の走行時間が他の配分されている経路のそれよりも大きければ、その経路を一時とりはざしておく。
- (4) 後の計算段階で、取除かれた経路の零フロー時の走行時間が、交通量が配分されているそのODの経路の走行時間よりも小さくなったとき、再び連立方程式の系の中にそのパスに関する等時間条件式を取り入れる。
- (5) 同様な操作を等時間原則が満足されるまで行なう。

この方法は簡単なネットワークを例として、方程式の立て方とその計算結果を示しているが、たとえば、計算の途中において等時間原則の成立しない経路が入っているにもかかわらず、なぜパスフローの値が負になるものが出てこないかなど、その他不明確な点が少なくない。

また、このことはあとでもふれるが、多くのOD交通に関して同時にパスフローで解くときは、条件式の独立性が問題となり、一般的には条件式の数が不足してくる。しかし、このことについては何もふれられていない。したがって、この方法はどのような場合でも常に等時間原則の解が求められるという一般的なものとはいえないように思われる。

佐佐木論文⁸⁾は容量関数を線型と仮定し、やはりパスフローで解析を試みている。その中では、OD条件式と等時間条件式だけでは多くのOD交通に関して同時に解くとき、条件式の数が不足する

ことを指摘し、そのため配分比条件を新しく導入することを提案している。そして、配分比条件式は条件式の不足する数だけ補えると説明している。しかし、その問題点としては、配分比条件を導入したとき、連立方程式が高次となって解析上に難点があることである。また、この論文は三角型道路網にかぎって議論がなされているが、これを一般型道路網に拡張することと、等時間経路の探索の仕方をどうするかということについては今後の課題として残されている。

4.4 パスフローによる等時間配分の定式化⁹⁾

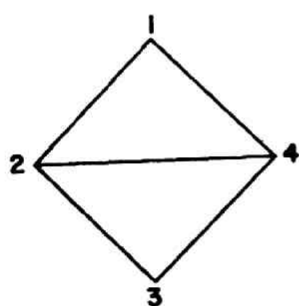
パスフローとは、あるOD交通に関してその間にいくつか経路があるとき、この各経路を流れる交通量をパスフローと定義している。それゆえ、パスフローの備えるべき条件としては、各OD交通についてのパスフローの総計がそのOD交通量に一致していることである。これをOD条件式といっているが、式で表わすとつぎのように示すことができる。

$$Q_k = \sum_p x_p^k \quad (k = 1, 2, \dots, r) \quad (4.1)$$

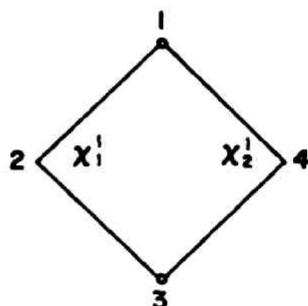
Q_k = OD交通 k の交通量

x_p^k = OD交通 k の p 番目の経路交通量

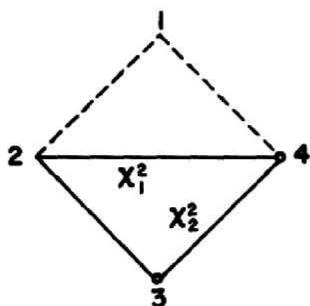
これを簡単な例で説明しておこう。図-4.1 (a) のような道路網があってOD交通は1-3,



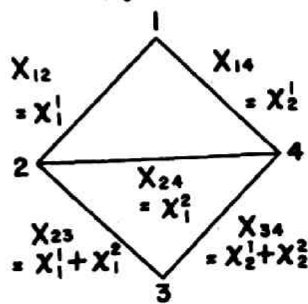
(a) 対象道路網



(b) OD交通 1-3
(Q_1) のパスフロー



(c) OD交通 4-3
(Q_2) のパスフロー



(d) 区間交通量

図-4.1 パスフローと区間交通量

3-4の2つを考えることにする。これらのOD交通を仮に1, 2としておく。そして, OD交通1-3には経路1-2-3, 経路1-4-3, OD交通3-4には経路3-4, 経路3-2-4が対応しているものとする(図-4.1(b), (c))。このときのOD交通量を Q_1, Q_2 とし, そのパスフローをそれぞれ $(x_1^1, x_2^1), (x_1^2, x_2^2)$ とすれば, OD条件式として次式が成立している。

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= x_1^1 + x_2^1 \\ Q_2 &= x_1^2 + x_2^2 \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

パスフローを用いたとき, われわれが求めようとしている道路区間交通量は, 各OD交通のパスフローを積重ねることによって求められる。つまり, 道路区間 $i-j$ の交通量はすべての x_p^k のうち, この区間を通過するものだけを加算すればよいから式ではつぎのように示せる。

$$X_{ij} = \sum_{k, p \in ij} x_p^k \quad (4.3)$$

X_{ij} : 全OD交通についてみた道路区間 $i-j$ の交通量(全OD区間交通量)

よって, この例では以下のように全OD間交通量が求められる。

$$\left. \begin{aligned} X_{12} &= x_1^1 \\ X_{14} &= x_2^1 \\ X_{24} &= x_1^1 \\ X_{23} &= x_1^1 + x_2^2 \\ X_{34} &= x_2^1 + x_2^2 \end{aligned} \right\} \quad (4.4)$$

等時間原則配分は走行時間に重きが置かれているため, これが交通量とまったく無関係では意味がなくなる。区間走行時間と交通量の関係は, いままで数多く実験的あるいは理論的に求められている交通量-速度曲線($q-v$ 曲線)から誘導することもできるが, 本文では従来のいくつかの研究にならってつぎのような1次式で近似することにする。

$$T_{ij} = a_{ij} X_{ij} + b_{ij} \quad (4.5)$$

T_{ij} : 道路区間 $i-j$ の走行時間

a_{ij}, b_{ij} : 道路区間 $i-j$ によって決まる定数

式(4.5)はパスフローで表記すると, 式(4.3)を用いてつぎのようになる。

$$T_{ij} = a_{ij} \sum_{k, p \in ij} x_p^k + b_{ij} \quad (4.6)$$

こうしておくと, OD交通 k の p 番目経路の走行時間 T_p^k は, この経路が経由するすべての区間の走行時間を順次加えていけばよいから下のように示せる。

$$T_p^k = \sum_{ij \in k, p} T_{ij} = \sum_{ij \in k, p} (a_{ij} \sum_{k, p \in ij} x_p^k + b_{ij}) \quad (4.7)$$

いま、あるOD交通 k に対してその間に走行時間が等しくなる経路が n_k 本あるものとする、次式が成立している。これを等時間条件式とよんでいる。ただし、OD交通は q 個あるものとする。

$$T_1^k = T_2^k = \dots = T_{n_k}^k \quad (k = 1, 2, \dots, q) \quad (4.8)$$

したがって、式 (4.8) は式 (4.7) から以下のようになる。

$$\begin{aligned} \sum_{ij \in k, 1} (a_{ij} \sum_{p \in ij} x_p^k + b_{ij}) &= \sum_{ij \in k, 2} (a_{ij} \sum_{p \in ij} x_p^k + b_{ij}) \dots \dots \dots \\ \dots \dots \dots &= \sum_{ij \in k, n_k} (a_{ij} \sum_{p \in ij} x_p^k + b_{ij}) \quad (k = 1, 2, \dots, q) \quad (4.9) \end{aligned}$$

この式 (4.9) をOD交通 k についてみると、一次独立な条件式は $(n_k - 1)$ 個であることは自明であろう。

そこで、特定のODレベルだけで考えた場合、その間に経路 n_k 本あるとき（このことはとりもなおさず求めようとする変数があるOD交通については n_k 個あるということ）、OD条件式が1個と一次独立な等時間条件式が $(n_k - 1)$ 個成立していることになる。これを全OD交通について重ねてみても、それらの等時間条件式の間に独立性が保持されるかぎり、変数と条件式の数が一致しているので、等時間原則による交通量配分は式 (4.1) と式 (4.9) から成る連立方程式を解けばよいことになる。たとえば、さきの図-4.1の例では等時間条件式はつぎのようになる。

$$\left. \begin{aligned} a_{12}^1 x_1^1 + b_{12} + a_{23} (x_1^1 + x_2^2) + b_{23} \\ = a_{14} x_2^1 + b_{13} + a_{34} (x_2^1 + x_2^2) + b_{34} \\ a_{24} x_1^2 + b_{24} + a_{23} (x_1^1 + x_2^2) + b_{23} \\ = a_{34} (x_2^1 + x_2^2) + b_{34} \end{aligned} \right\} \quad (4.10)$$

よって、このときは式 (4.1) と式 (4.10) の連立方程式によって等時間配分が行なえる。

しかし、この独立性が保持されるのはまれであって、一般的にはOD交通を重ねたとき等時間条件式の独立性が失われてくる。このことは次の例をみれば理解が容易であろう。

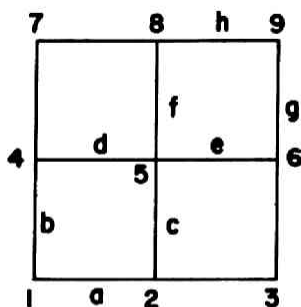
図-4.2 (a) のような道路網で3個のOD交通、1-5、5-9、1-9を考え、各OD交通について等時間の成立する経路が図-4.2 (b), (c), (d) のようになっているとする。道路区間 a, b, \dots, h の走行時間を T_a, T_b, \dots, T_h とすると、OD交通1-5、5-9に対し等時間条件式がそれぞれつぎのように成立している。

$$\text{OD交通 1-5} \quad T_a + T_c = T_b + T_d \quad (4.11)$$

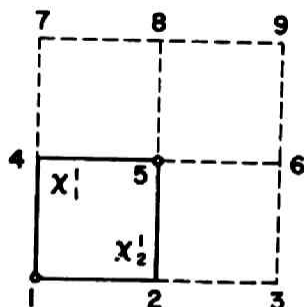
$$\text{OD交通 5-9} \quad T_c + T_g = T_f + T_h \quad (4.12)$$

一方、OD交通1-9に対しては

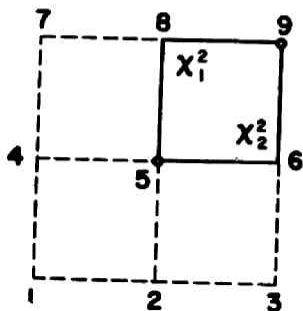
$$\left. \begin{aligned} T_a + T_c + T_e + T_g &= T_b + T_d + T_f + T_h \\ &= T_a + T_c + T_f + T_h \\ &= T_b + T_d + T_e + T_g \end{aligned} \right\} \quad (4.13)$$



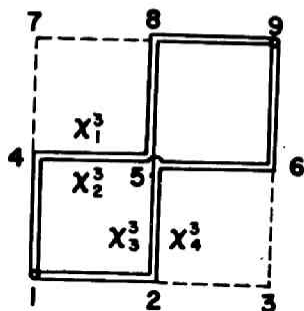
(a) 対象道路網



(b) OD交通 1-5 の等時間経路



(c) OD交通 5-9 の等時間経路



(d) OD交通 1-9 等時間経路

図-4.2 等時間条件式が独立でない例

が成立している。この式は式(4.11), (4.12)をみて容易にわかるように, これら2つの式によって導けるものである。すなわち, 式(4.13)は式(4.11), (4.12)に対して一次従属となっているのである。

ここで, あるOD交通の経路に関する等時間条件式が他のいくつかのOD交通のそれによって表わされないとき, このOD交通を独立等時間ODといい, 表わされるときを従属等時間ODということにする。ただし, 本論文ではあるOD交通の等時間経路上に他のOD交通の両端点を有する等時間経路を内包しないものを独立等時間ODとする。図-4.2の例では, OD交通1-5, 5-9が独立等時間ODとなり, OD交通1-9が従属等時間ODとなる。したがって, この場合, 式(4.1)のOD条件式と(4.9)の等時間条件式から成る連立方程式を作ったとき, 変数の数にくらべて条件式の数が少なくなって, 解が一意的に定まらなくなる。そこで, ある一つの解を求めるために, 何か別の仮定で条件式を新たに導入することが必要になってきた。その1つの考え方として佐佐木教授が配分比条件を提案している。配分比条件とは, ある2地点間で交通量が分流するとき, その2地点間の各経路への交通量の配分比はそこを通過するど

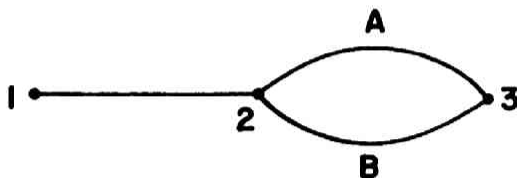


図-4.3 配分比条件式の例

のOD交通についても同一になるという仮定である。たとえば、図-4.3のOD交通1-3が道路A、Bに分岐する比率はOD交通2-3が道路A、Bに分岐すると同じであるということである。図-4.2の例で配分比条件式を立ててみるとつぎのような一次独立な式が3個形成できる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{Q_1}{x_2^1} &= \frac{Q^3}{x_3^3 + x_4^3} \\ \frac{Q_2}{x_2^2} &= \frac{x_1^3 + x_2^3}{x_2^3} \\ \frac{Q_2}{x_2^2} &= \frac{x_3^3 + x_4^3}{x_4^3} \end{aligned} \right\} \quad (4.14)$$

ゆえに、式(4.13)の従属等時間ODに関する等時間条件式3個は式(4.14)の配分比条件式3個で補なうことができる。ところが、式(4.14)の2式、3式は線型となっていないので連立方程式はさきほどのように簡単に解くことはできない。このような簡単な例題ならまだしも、もっと複雑なネットになってくると配分比条件がさらに高次となってくるので解を求めることは一層困難になってくる。

このとき、一次独立でない従属等時間ODの等時間条件式と同数だけ果たして独立な配分比条件式が樹立できるかどうか検討してこなかったが、これは常に保証される。ネットが複雑になっても同じ考え方をすればよいから簡単な例でこれを示しておこう。

図-4.4のような道路網があって、独立等時間ODを Q_1, Q_2, \dots, Q_m 、従属等時間ODを Q_L としておく。いま便宜的にOD交通に方向を考え、左から右に向かって流れているものとする。このとき、従属等時間ODはいくつあってもよいが、そのうちどれか1つについて説明しておけば十分であるから最長距の従属等時間ODをとっておくことにする。

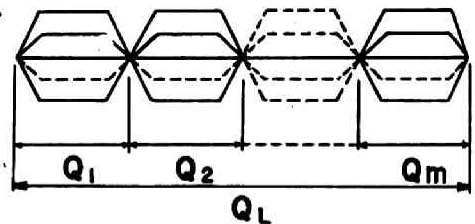


図-4.4 配分比条件式作成のための道路網

独立等時間OD k の間に存在する経路を P_{k_i} で示し、その本数を n_{k_i} で与えておく。ここに P_{k_i} の交通量は $x_{k_i}^k$ である。したがって、 k_i は1から n_k までである。

従属等時間OD Q_L の経路数 n_L は

$$n_L = n_1 \times n_2 \times n_3 \times \dots \times n_m \quad \text{本}$$

であるから、配分比条件式は $(n_L - 1)$ 個樹立できることがいえればよい。なぜなら、等時間条件式が成立するとしたら、この数だけ存在するからである。

OD交通の流れの方向に沿って従属等時間ODの発端点から各分岐点で順次配分比条件式を形成していけば以下のようなになる。

$$\begin{aligned}
\frac{Q_1}{x_1^1} &= \frac{Q_L}{\sum_{p_{1,1} \in p_{1,1}} x_1^1} && 1_i \text{ について } (n_1 - 1) \\
\frac{Q_2}{x_1^2} &= \frac{\sum_{p_{1,1} \in p_{1,1}} x_1^1}{\sum_{p_{1,1} \in p_{1,1}} x_1^1} && 1_i, 2_i \text{ について } n_1 (n_2 - 1) \text{ 個} \\
\frac{Q_m}{x_1^m} &= \frac{\sum_{p_{1,1} \in p_{1,1}, p_{2,1}, \dots, p_{m-1,1}} x_1^1}{\sum_{p_{1,1} \in p_{1,1}, p_{2,1}, \dots, p_{m-1,1}} x_1^1} && 1_i, 2_i, \dots, m_i \text{ について } n_1 n_2 \dots n_{m-1} (n_m - 1) \text{ 個}
\end{aligned}
\tag{4.15}$$

式(4.15)の各式は、各分岐点において式そのものが連続条件式を満たしているので、一次独立な式はその分岐点での分岐数より1個ずつ少なくなる。ここで連続条件式とは分岐点における流出、流入交通量が等しいことをいう。結局、式(4.15)の配分条件式の数はこれらを合計して

$$\begin{aligned}
&(n_1 - 1) + n_1 (n_2 - 1) + \dots + n_1 n_2 \dots n_{m-1} (n_m - 1) \\
&= n_1 n_2 \dots n_m - 1
\end{aligned}$$

となり、従属ODの等時間条件式の数と一致していることがわかる。

4.5 等時間原則配分における2つの立場⁹⁾

前節で述べたように、一次独立でない従属等時間ODの等時間条件式の代わりに配分条件式を導入しても、これが非線型となってくるため、解析的に解くことがむずかしくなってくる。そこで配分にあたり、つぎのような情報不均等、情報均等な2つの立場を考えることにした。

4.5.1 情報不均等な立場

情報不均等な立場とは、OD交通のトリップ距離が長くなるほど途中経路に関する情報(交通量、道路事情等)が不確かになると考えたときである。われわれが日常ドライブするとき、近距離トリップであればその間の交通事情によく通じているため、どの経路をとれば時間的に有利であるかよく知っている。これに対して長距離トリップでは途中経路が不案内になってくるため距離的に近いと思われる経路を選択することが多い。つまり、このことに対応させて長距離になるほど距離を規準に、短距離になるほど走行時間を規準に経路選択がなされるものと考え配分するのが情報不均等な立場に立った交通量配分である。情報不均等な立場に立っての等時間配分はつぎのように行なえばよい。

すでに述べたように、連立方程式によって配分計算を行なうとき、従属等時間ODの等時間条件式は独立等時間ODのそれをもってすべて形成できるので、結局、従属等時間ODの等時間条件式の数だけ階数が落ちることになる。したがって、解は従属等時間ODの配分を任意に行なって求めてもよ

い。代数学的には従属等時間ODの配分だけに任意性をもたせる理由はないが、従属等時間ODの等時間条件式を消滅させることと、立場が情報不均等であることを考え、あえてこのようにしておく。ただし、従属等時間ODパスフローの配分が全くの任意であるというのではなく、当然のことではあるがOD条件式を満足し、かつ非負であるという条件を満たす範囲内での任意ということである。従属等時間ODのパスフローは情報不均等な立場から先決してもよいので、独立等時間ODのパスフローは先決された従属等時間ODパスフロー値を代入した連立方程式を解くことによって一意的に求められる。

従属等時間ODパスフローの先決方法はつぎのように行なう。まず最初にトリップ距離の最も長い従属等時間ODをとり出し、これをその間の経路の交通量が零のときの走行時間の逆比、すなわち、距離の逆比を規準にして配分を行なう。つぎに、2番目にトリップ距離の長い従属等時間ODに関する経路配分は、いま配分した最長距離の従属等時間ODの経路交通量による走行時間の逆比で配分を行なう。以下同じようにして、 n 番目に長距離の従属等時間ODに関しては $(n-1)$ 番目までの長距離従属等時間ODの配分交通量を累加したときの走行時間の逆比で配分していく。このようにして先決される従属等時間ODのパスフローは、トリップ距離が短くなるほど時間比のウェイトが高くなっているのがわかるであろう。こうしてすべての従属等時間ODパスフローが求められる。

他方、独立等時間ODのパスフローはこの従属等時間ODパスフロー値を代入した、OD条件式と等時間条件式から成る連立方程式によって求められるので、これで情報不均等な立場に立った等時間配分は実行できることになる。このとき、すべての計算が終了した段階ではじめて等時間原則が成立している。

4.5.2 情報均等な立場

情報均等な立場での配分とは、トリップ距離の長短にかかわらずその間の経路に関する情報の確かさは変わらないと考えたときである。したがって、このときはさきに述べた配分比の条件が満たされている状態と考えてもよいであろう。しかし、このときの配分計算は連立方程式が1次式とならないのでかなり面倒になってくる。そこで計算は情報不均等な立場から出発し、収束計算によって漸次情報均等な状態に移移させていくという方法をとる。この計算過程はドライバーの慣れによる情報均等化現象に対応するものと考えてよいだろう。そして、この収束計算の各サイクルごとの値も等時間原則での解であり、配分比条件式が完全に満たされているとき以外は、すべて情報不均等な場合の解とみなすことができよう。

その収束計算は次のとおりである。

- (1) 従属等時間ODのパスフローを情報不均等な立場に立って先決する。
- (2) 先決せられた従属等時間ODパスフローを連立方程式（OD条件式と等時間条件式で構成されている）に代入し、これより独立等時間ODパスフローが求められる。
- (3) しかし、いま求めた従属および独立等時間ODパスフローは配分比条件を満足していないので、(2)で求めた独立等時間ODパスフローで配分比条件式を構成し、逆に従属等時間ODパスフローを

を求める。

(4) このとき、収束計算の各サイクルにおいて(2)から算出される全OD区間交通量は変化することがないので、以降の計算が容易になる。すなわち(3)で再び従属等時間ODのパスフローが得られると、つぎに独立等時間ODパスフローを求めるときは、もはや(1)のような連立方程式の必要性はなくなり全OD区間交通量から従属等時間のODパスフローを差引けば求められる。

(5) 上で求められた独立等時間のODパスフローを用い、(3)にならって従属等時間ODのパスフローを求める。

(6) 以上の操作を繰返し、配分比条件式が満足されるまで行なう。

このようにして情報均等な立場に立った等時間配分が可能となる。なお、計算手順(2)までは情報不均等な場合の計算手順であり、情報均等な場合の収束計算は(3)から始めればよい。

4.6 等時間経路の探索と第1次配分法⁹⁾

等時間原則によって交通量を配分しようとするときは、各OD交通ごとに等時間となり得るような経路を何らかの方法で探索しておく必要がある。そこで、この各OD交通に対する等時間経路を探索するため、とりあえず以下のような第1次配分法を基本にして考えていくことにした。第1次配分法とは、各OD交通に対し経路を1本と限定した配分で、ある約束をつくっておき、この第1次配分を手がかりに各OD交通の等時間経路を探索しようとするものである。第1次配分をどのようにすればよいかという問題については少しあと回しにすることにして、その前に第1次配分から等時間経路を探索する方法について述べることにする。

いま仮に簡単な図-4.5のような三角道路網で表-4.1のような第1次配分を行なったところ、各道路区間の走行時間 T_α 、 T_β 、 T_γ がそれぞれ6, 7, 15になったとしよう。この区間走行時間の大小関係から、OD交通1-2については第1次配分経路 r を利用するより、迂回経路 $\alpha\beta$ を利用するほうが走行時間が小さいので、このうちいくらかは迂回経路 $\alpha\beta$ を利用することが考えられる。このときOD交通1-2の交通量をこの2つの経路に適当な比率で配分すれば走行時間を同一とすることができる。一方、OD交通2-3、3-1については第1次配分経路における走行時間の方が迂回経路の走行時間よりも小さいので再配分されることはない。このように再配分過程を通じ、あるOD交通についてその経路の走行時間を同一とする配分を行なうことができる。これ

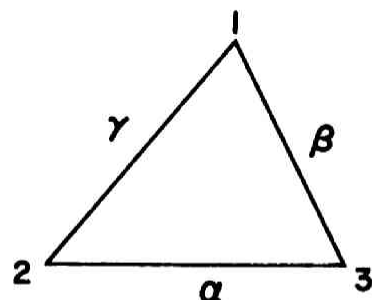


図-4.5 道路網

表-4.1 第1次配分とその走行時間

OD	第1次配分経路	走行時間
1-3	r	15
2-3	α	6
3-1	β	7

が第1次配分による等時間配分の基本的な考え方である。この方法においては、等時間となる再配分経路の探索が重要であり、これを無分別に行なうと解を得ることができない場合がある。そこでつぎのような約束を作って探索することにする。ただし、三角型道路網にかぎる。

等時間再配分経路探索の約束

- (1) 第1次配分による各区間走行時間を各三角形内ごとに着目し、もし1区間の走行時間が他の2区間の走行時間とよりも大きければ、その間に等時間を成立させる。ただし、その全OD区間交通量を零にしてもこの大小関係が逆転しないとき、その三角形内には等時間経路が存在しないものとする。(等時間パターンの決定)
- (2) 各OD交通の等時間再配分経路は、その第1次配分経路を母経路とし、その中に約束(1)に従った等時間パターンが含まれておれば、そこから派生する新規経路を再配分経路とする。
- (3) さらに、約束(2)で求められた経路を母経路とし、同じようにして等時間再配分経路を追加していく。
- (4) しかし、同じ道路区間を2度以上通過するような再配分経路が出現したとき、第1次配分経路の変更を考える。

この約束を用いて実際に例題で等時間再配分経路を探索してみる。図-4.6 (a) の道路網でOD

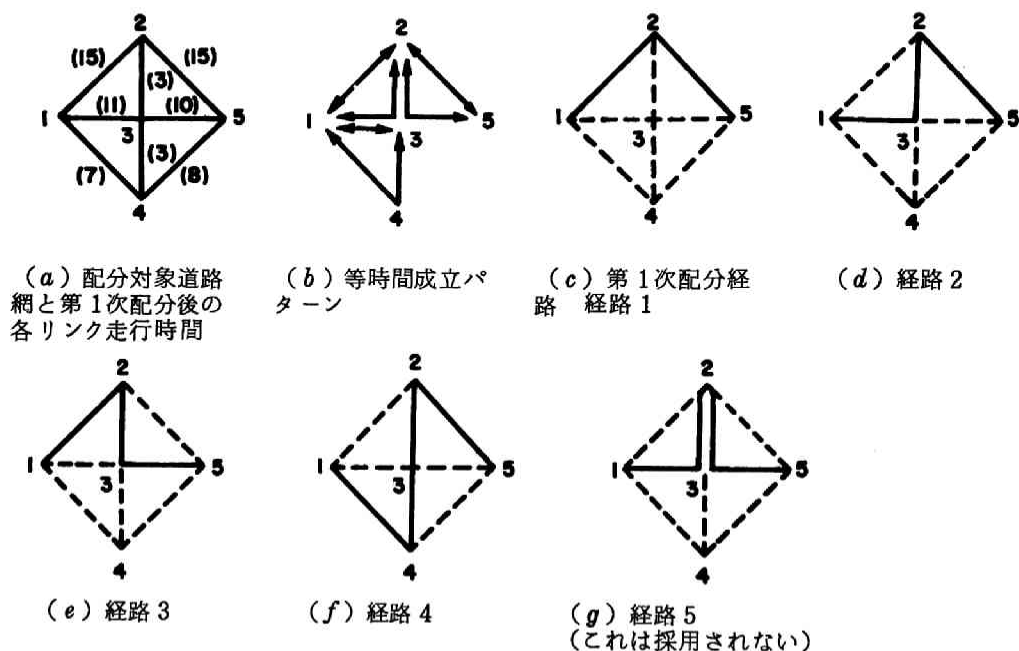


図-4.6 OD交通1-5についての等時間経路の探索例

交通量を第1次配分した結果、カッコ内に示すような区間走行時間となった。まず等時間パターンから $\triangle 132$, $\triangle 235$, $\triangle 134$ 内で等時間パターンが成立する。ただし、零フロー時の検討は満たしているものとする。その等時間パターンは図-4.6 (b) に示してある。いまOD交通1-5の第1次配分経路が図4.6 (c) に示す経路1であったとすると、経路1上の $\triangle 132$, $\triangle 235$ 内でノード1-2間、2-5間にそれぞれ等時間パターンが成立しているので、約束(2)から経路2, 3が再配分経路として採択される。さらに、経路2上の $\triangle 143$ 内においてもノード1, 3間に等時間パターンが存在しているので経路4も取出される。またこのとき、経路5も当然等時間経路になりうるが、区間2-3を

2度通過しなければならないので約束(4)から再配分経路としては採用することはできない。なぜなら、このような経路をとるより、経路 1-3-5の方が明らかに走行時間が短いからである。したがって、このように等時間再配分経路が同じ道路区間を2度以上通るようなOD交通 1-5の第1次配分経路は、走行時間のより短い経路 1-3-5、変更することが考えられる。

以上のような約束を用いて再配分経路を探索しなければならない理由は、解として得られる経路交通量および全OD区間交通量がすべて非負でなければならないからである。もしこの約束がないとすると、第1次配分経路より走行時間の短い経路はすべて再配分経路となる得るので、たとえば、1つの三角形をとり出したとき、その中で同時に2つ以上のノードペアに等時間経路を成立をさせねばならないことが起きる。これについては次節で述べているが、この場合は道路区間交通量に負が出てくることになる。

このような理由から、等時間経路の探索にあたっての上の約束をとりあえず考えてみたのである。しかし、このような方法で常に等時間配分が行なえるかどうかは疑問であり、少なくともこの第1次配分法のままでは、あとで示す例からもわかるように、等時間配分の実行可能性は困難であるように思われる。

4.7 等時間で流れる経路パターンの検討

前節の再配分経路の探索の約束は、「1つの三角形内では、そのすべてのノードペアにOD交通を考えた場合、その中で2本の経路に分れて等時間の成立するOD交通はたかだか1個しか存在しない」ということをふまえて作られたものである。このように等時間パターンはむやみに成立するわけではなく、ある定まったパターンでしか成立しない。つぎにこのことについて説明しておく。

まず単一の三角網について検討する。図-4.5の道路網における区間走行時間 T_α , T_β , T_γ を用いて、最初にすべてのノードペアのOD交通に対し、等時間の成立する経路が各2本ずつあるものと仮定する。そうすると次式が同時に成立しなければならない。

$$\begin{aligned} \text{OD } 1-2 \quad T_\gamma &= T_\alpha + T_\beta \\ \text{OD } 2-3 \quad T_\alpha &= T_\beta + T_\gamma \\ \text{OD } 3-1 \quad T_\beta &= T_\alpha + T_\gamma \end{aligned} \quad (4.16)$$

T_α , T_β , T_γ は非負であるため、式(4.16)が同時に成立つためには

$$T_\alpha = T_\beta = T_\gamma = 0 \quad (4.17)$$

でなければならない。いま区間走行時間 T と区間交通量 X の関係は線型で仮定しているので、式(4.17)はつぎのように書ける。

$$\begin{aligned} L_\alpha (a_\alpha X_\alpha + b_\alpha) &= L_\beta (a_\beta X_\beta + b_\beta) \\ &= L_\gamma (a_\gamma X_\gamma + b_\gamma) \\ &= 0 \end{aligned} \quad (4.17')$$

ここで、 L , a , b は正なる定数ゆえ、各区間交通量は

$$X_{\alpha} < 0, X_{\beta} < 0, X_{\gamma} < 0$$

となってしまう、交通量は非負でなければならないにもかかわらず、負となっているので矛盾している。よって、3つのOD交通が同時に等時間で流れるという仮定は間違っていたことになる。

そこでつぎに、このOD交通のうち1つはただ1本の経路だけで流れ、他の2つについては各2本の経路で等時間で流れるものと仮定する。この場合もやはり上の同じように交通量が負で出てくる。たとえば、いま等時間で流れるOD交通をOD1-2, OD2-3とし、OD3-1はただ1本だけの経路で流れるものとする、式(4.16)で第3式は不要になるから

$$T_{\beta} = 0 \quad (4.18)$$

が導ける。区間走行時間が零であることは上と同様にその区間交通量が負となり、やはりこの仮定も間違っていたことになる。

それではつぎに、これらの3つのOD交通のうち1つのOD交通についてだけ等時間が成立するものと仮定すればどうであろうか。このときは式(4.16)のうち、2個は不要となるので説明するまでもなく上のような区間交通量が負となるような矛盾は生じない。

また、3つのOD交通のそれぞれ各1本の経路しか存在しないときももちろん問題がない。

こうして結局、ある1つの三角形内におけるすべてのノードペア間を流れるOD交通を等時間原則で配分しようとするとき、その中で2本の経路に分れて等時間の成立するノードペア、すなわち、等時間パターンはせいぜい1個であることがいえる。

同じようにして、一般的に $2n$ 角形あるいは $(2n+1)$ 角形内では同時に成立し得る等時間パターンはせいぜい n 個までであることがいえる。これはさきほどのようなこみいった説明をしなくても、つぎのようにすれば理解が容易であろう。すなわち、ある多角形内の各ノード間あるいは各辺上の走行時間を、いま仮に幾何学的に円周上の弧の長さで表わすなら、中心に関して対称に位置できるノードペアの数はその多角形のノード数のたかだか半分までだからである。たとえば、7角形内では3個のノードペアまで等時間パターンが成立する。

4.8 パスフローによる等時間配分の計算例

上述してきた考え方に従い、パスフローを用いて実際に例題計算を行なってみる。図-4.7の道路網に表-4.2のOD交通量を配分するが、そのとき式(4.5)の容量関数に必要な a 、 b の値は表-4.3に示してある。ここでは、2通りの第1次配分法に対して配分計算を試みる。1つは、各OD交通量をすべてその距離最短経路に配分するという距離最短法による第1次配分法であり、他の1つは、これらのOD交通のうちの1つだけを上の

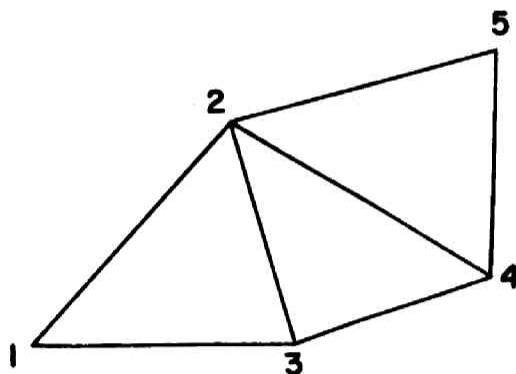


図-4.7 配分道路網

表-4.2 O D 交通量

	1	2	3	4	5
1		1,000	500	200	200
2	Q_1		500	500	3,000
3	Q_2	Q_3		2,000	200
4	Q_4	Q_5	Q_6		500
5	Q_7	Q_8	Q_9	Q_{10}	

注) Q_k は k という O D 交通の名称と同時にその交通量をあらわす。この O D 表は三角表で与えられている。

表-4.3 道路定数 (a_{ij} , b_{ij}) の値

リンク	1-2	1-3	2-3	2-4	2-5	3-4	4-5
a (10分/台)	6.584	0.810	0.540	1.935	2.580	4.600	0.675
b (分)	8	6	4	9	12	10	5

距離最短法から変更した第1次配分経路を与えるものである。前者を例題1、後者を例題2とする。配分計算を2通り行なう理由は、第1次配分の流し方によって解にどのような差が生じるかを見るためである。

例題1

距離最短法で第1次配分を行なったところ、全 O D 区間交通量は図-4.9のように求まった。各 O D 交通の第1次配分経路(距離最短経路)は図-4.8に示してある。また、この全 O D 区間交通量より式(4.5)を用いて各道路区間の走行時間は図-4.9のカッコ内のように得られる。つぎに、4.6の再配分経路探索の約束(1)にしたがい、道路網を構成する各三角形内の等時間パターンは図-4.10に示すように決定され、約束(2)、(3)から再配分経路は図-4.8のように探索される。このとき、たとえば O D 交通 Q_4 で等時間経路を探索しておこう。図-4.8に示す x_p^k はパスフローであるが、ここでは経路の名称とも考えることにする。まず O D 交通 Q_4 の第1次配分経路は x_1^4 であったから、約束(2)にしたがい、この経路上にある $\triangle 132$, $\triangle 245$ 内でそれぞれ次式が成立しているのだ、

O D	第1次配分経路	追加される等時間再配分経路
1-2 Q_1	x_1^1	x_2^1
1-3 Q_2	x_1^2	
1-4 Q_3	x_1^3	x_2^3 x_3^3
1-5 Q_4	x_1^4	x_2^4 x_3^4 x_4^4 x_5^4
2-3 Q_5	x_1^5	
2-4 Q_6	x_1^6	
2-5 Q_7	x_1^7	x_2^7
3-4 Q_8	x_1^8	x_2^8
3-5 Q_9	x_1^9	x_2^9 x_3^9
4-5 Q_{10}	x_1^{10}	

図-4.8 例題1 第1次配分経路と追加される等時間再配分経路

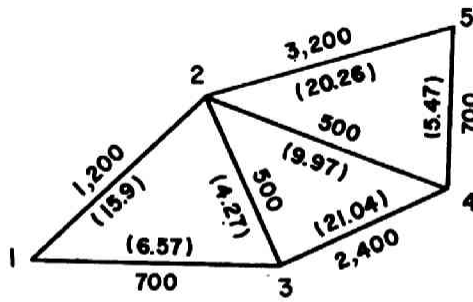


図-4.9 第1次配分による道路区間交通量と走行時間

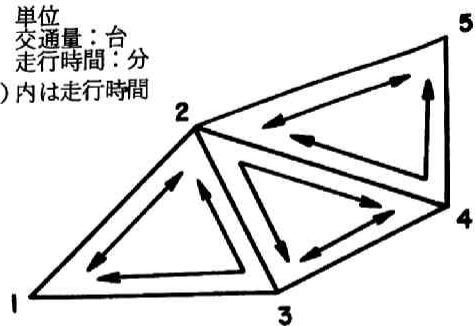


図-4.10 例題-1 等時間成立パターン

$$T_{12} = T_{13} + T_{32}$$

$$T_{25} = T_{24} + T_{45}$$

等時間経路 x_2^4 , x_3^4 , x_4^4 が採択される。つぎに、約束(3)から経路 x_4^4 上の $\triangle 234$ 内で

$$T_{32} + T_{24} = T_{34}$$

が成立しているため、さらに経路 x_5^4 が追加される。以上のような手順を経て、各OD交通についての等時間経路がすべて探索される。

また、配分計算にあたってはOD交通を従属等時間ODと独立等時間ODとに分類しておかねばならないが、これはつぎのように分類される。

従属等時間OD Q_3 Q_4 Q_9

独立等時間OD Q_1 Q_2 Q_5 Q_6 Q_7 Q_8 Q_{10}

これだけ準備ができると配分計算に移れる。

(a) 情報が不均等な場合の配分計算

最長距離の従属等時間OD、ここではOD交通 Q_4 をまず零フロー時の走行時間逆比、つまり距離逆比で等時間経路に配分する。

$$\begin{aligned} x_1^4 : x_2^4 : x_3^4 : x_4^4 : x_5^4 \\ &= (b_{12} + b_{25})^{-1} : (b_{12} + b_{24} + b_{45})^{-1} : (b_{13} + b_{32} + b_{25})^{-1} \\ &\quad : (b_{13} + b_{32} + b_{24} + b_{45})^{-1} : (b_{13} + b_{34} + b_{45})^{-1} \\ &= 1/20 : 1/22 : 1/22 : 1/24 : 1/21 \end{aligned} \quad (4.19)$$

この式(4.19)とつぎのOD条件式から、OD交通 Q_4 のパスフローは以下のように求められる

$$\text{OD条件式} \quad x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 + x_4^4 + x_5^4 = 200 \quad (4.20)$$

$$x_1^4 = 43, x_2^4 = 40, x_3^4 = 40, x_4^4 = 36, x_5^4 = 41$$

つぎに、いま求めた最長距離の従属等時間OD Q_4 の配分交通量を用い、2番目長距離の従属等時間OD、ここでは Q_3 、 Q_9 についての配分計算に移る。 Q_4 を配分したときの区間走行時間 T' を用い、

Q_3 については、

$$\begin{aligned} x_1^3 : x_2^3 : x_3^3 \\ = (T'_{13} + T_{34})^{-1} : (T'_{13} + T'_{32} + T_{34})^{-1} : (T'_{12} + T_{34})^{-1} \\ = 1 / 16.28 : 1 / 19.28 : 1 / 17.70 \end{aligned} \quad (4.21)$$

$$\text{OD条件式} \quad x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = 200 \quad (4.22)$$

式(4.21)、(4.22)から

$$x_1^3 = 72, \quad x_2^3 = 61, \quad x_3^3 = 67$$

同様に、 Q_9 について、

$$\begin{aligned} x_1^9 : x_2^9 : x_3^9 \\ = (T'_{34} + T_{45})^{-1} : (T'_{32} + T_{34} + T_{45})^{-1} : (T'_{32} + T_{25})^{-1} \\ = 1 / 15.27 : 1 / 18.27 : 1 / 16.25 \end{aligned} \quad (4.23)$$

$$\text{OD条件式} \quad x_1^9 + x_2^9 + x_3^9 = 200 \quad (4.24)$$

式(4.23)、(4.24)から

$$x_1^9 = 72, \quad x_2^9 = 60, \quad x_3^9 = 68$$

これで従属等時間ODのパスフローはすべて先決できた。

一方、独立等時間ODで経路がただ1本しか存在しないものはOD交通量がそのままその経路交通量となる。ここでは、 Q_2 、 Q_5 、 Q_6 、 Q_{10} のOD交通がそれである。

$$\begin{aligned} x_1^2 &= Q_2 = 500 \\ x_1^5 &= Q_5 = 500 \\ x_1^6 &= Q_6 = 500 \\ x_1^{10} &= Q_{10} = 500 \end{aligned}$$

こうして結局まだ求められていないのは独立等時間OD Q_1 , Q_7 , Q_8 のパスフロー, すなわち (x_1^1, x_2^1) , (x_1^7, x_2^7) , (x_1^8, x_2^8) であるが, これらは以下のようにして求められる。

すでに決定された各パスフローの値を道路網に落とし, 各道路区間で合計しても, この段階ではまだ図-4.10の等時間パターンは成立しておらず, この上に未決定のパスフローを積重ねることによってはじめて成立する。したがって, この未決定のパスフローはつぎのOD条件式と等時間条件式から成る連立方程式を解けばよい。

$$\begin{aligned}
 x_1^1 + x_2^1 &= 1000 \\
 x_1^7 + x_2^7 &= 3000 \\
 x_1^8 + x_2^8 &= 2000 \\
 6,584 x_1^1 - 1,530 x_2^1 - 0.540 x_2^8 &= 2033.00 \\
 2,580 x_1^7 - 2,610 x_2^7 - 1,935 x_2^8 &= 3594.34 \\
 0.540 x_2^1 + 1,935 x_2^7 - 4,600 x_1^8 + 2,475 x_2^8 &= -4040.44
 \end{aligned} \quad (4.25)$$

式(4.25)から

$$x_1^1 = 462, \quad x_2^1 = 538, \quad x_1^7 = 2396, \quad x_2^7 = 604, \quad x_1^8 = 1477, \quad x_2^8 = 523$$

以上で情報不均等な立場に立った配分計算は終了する。この結果は表-4.4のサイクル1に一括して掲げている。このときの全OD区間交通量と区間走行時間は図-4.11のようになるが

この解をみてみると, 選択された経路については走行時間が同じで, その他の経路についてはそれより走行時間が長くなっており, 等時間原則を満たす解が得られている。

図-4.11 等時間配分したときの区間交通量と単位 走行時間
交通量: 台
走行時間: 分

() 内は走行時間



		(単位: 台/分)								
パスフロー		計算サイクル	1	2	3	4	5	6	7	8
従属等時間OD	Q_3	x_1^3	72	121	110	114	112	112	113	113
		x_2^3	61	43	45	44	44	44	44	44
		x_3^3	67	36	45	42	44	44	44	43
	Q_4	x_1^4	43	57	61	58	60	59	60	60
		x_2^4	40	14	18	17	17	17	17	17
		x_3^4	40	66	60	61	61	61	61	61
		x_4^4	36	16	18	18	18	18	18	18
		x_5^4	41	47	43	46	44	45	44	44
		x_6^4	72	72	71	73	72	72	73	73
	Q_5	x_1^5	60	26	29	29	29	29	28	28
		x_2^5	68	102	100	98	99	99	99	99
		x_3^5	500	500	500	500	500	500	500	500
独立等時間OD	Q_6	x_1^6	500	500	500	500	500	500	500	500
		x_2^6	500	500	500	500	500	500	500	500
		x_3^6	500	500	500	500	500	500	500	500
	Q_7	x_1^7	462	505	487	495	492	493	492	492
		x_2^7	538	495	513	505	508	507	508	508
		x_3^7	2396	2323	2326	2329	2367	2328	2327	2327
	Q_8	x_1^8	604	677	674	671	673	672	673	673
		x_2^8	1477	1422	1438	1430	1434	1432	1432	1432
		x_3^8	523	578	562	570	566	568	568	568
備考	情報不均等									
情報均等										

(b) 情報均等な場合の配分計算

情報が均等な場合は配分比条件を満足している状態と考えられるから、これを満足させるよう(a)で求めた情報不均等な場合の配分結果を出発点とする収束計算を行なって求められる。すなわち、(a)では従属等時間ODから独立等時間ODのパスフローを求める手順であったが、ここでは逆に配分比条件式を使い、独立等時間ODから従属等時間ODのパスフローを求める。したがって、4.5.2で述べた計算手順(3)から始めることになる。以下、これにしたがって従属等時間ODのパスフローを求めてみる。

従属等時間OD Q_3

配分比条件式

$$\frac{x_1^3}{x_2^3} = \frac{1,477}{523} \left(= \frac{x_1^8}{x_2^8} \right), \quad \frac{x_2^3}{x_3^3} = \frac{538}{462} \left(= \frac{x_2^1}{x_1^1} \right) \quad (4.26)$$

OD条件式

$$x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = 200 \quad (4.27)$$

式(4.26), (4.27)から

$$x_1^3 = 121, \quad x_2^3 = 43, \quad x_3^3 = 36$$

従属等時間OD Q_4

$$\frac{x_1^4}{x_2^4} = \frac{2,396}{604} \left(= \frac{x_1^7}{x_2^7} \right), \quad \frac{x_1^4}{x_3^4} = \frac{462}{538} \left(= \frac{x_1^1}{x_2^1} \right)$$

$$\frac{x_2^4}{x_4^4} = \frac{462}{538} \left(= \frac{x_1^1}{x_2^1} \right), \quad \frac{x_3^4}{x_4^4} = \frac{2,396}{604} \left(= \frac{x_1^7}{x_2^7} \right)$$

$$\frac{x_4^4}{x_5^4} = \frac{523}{1,477} \left(= \frac{x_2^8}{x_1^8} \right) \quad (4.28)$$

OD条件式

$$x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 + x_4^4 + x_5^4 = 200 \quad (4.29)$$

式(4.28), (4.29)から

$$x_1^4 = 57, \quad x_2^4 = 14, \quad x_3^4 = 66, \quad x_4^4 = 16, \quad x_5^4 = 47$$

従属等時間OD Q_9

配分比条件式

$$\frac{x_1^9}{x_2^9} = \frac{1,477}{523} \left(= \frac{x_1^8}{x_2^8} \right), \quad \frac{x_2^9}{x_3^9} = \frac{604}{2,396} \left(= \frac{x_2^7}{x_1^7} \right) \quad (4.30)$$

OD条件式

$$x_1^9 + x_2^9 + x_3^9 = 200 \quad (4.31)$$

式(4.30), (4.31)から

$$x_1^9 = 72, \quad x_2^9 = 26, \quad x_3^9 = 102$$

従属等時間ODのパスフローがこれですべて求めたので、これらの値を用いて再び独立等時間ODのパスフローを求める。しかし、4.5.2の計算手順(4)で示したように、各計算サイクルにおける全OD区間交通量は不変であるため、もはや(a)におけるような連立方程式は必要とせず、つぎのように全OD区間交通量から従属等時間ODのパスフローを差引くだけで簡単に求められる。

このとき、全OD区間交通量の内訳は以下のようなパスフローから成っている。

$$\left. \begin{aligned} X_{12} &= x_1^1 + x_3^3 + x_1^4 + x_2^4 = 612 \\ X_{13} &= x_2^1 + x_1^2 + x_1^3 + x_2^3 + x_3^4 + x_4^4 + x_5^4 = 1,288 \\ X_{23} &= x_2^1 + x_2^3 + x_3^4 + x_4^4 + x_1^5 + x_2^6 + x_2^9 + x_3^9 = 1,826 \\ X_{24} &= x_2^3 + x_3^3 + x_2^4 + x_4^4 + x_1^6 + x_2^7 + x_2^8 + x_2^9 = 1,891 \\ X_{25} &= x_1^4 + x_3^4 + x_1^7 + x_3^9 = 2,575 \\ X_{34} &= x_1^3 + x_5^4 + x_1^8 + x_1^9 = 1,622 \\ X_{45} &= x_2^4 + x_4^4 + x_5^4 + x_2^7 + x_1^9 + x_2^9 + x_1^{10} = 1,353 \end{aligned} \right\} \quad (4.32)$$

上式に、いま求められた従属等時間ODのパスフローと、経路をただ1本しか有しない独立等時間ODパスフローを代入すると、新たな独立等時間ODのパスフロー(*印を付している)はつぎのように求められる。

$$x_1^1 = 505, \quad x_2^1 = 495, \quad x_1^7 = 2,323, \quad x_2^7 = 677, \quad x_1^8 = 578, \quad x_2^8 = 1,422$$

この結果は表-4.4のサイクル2の欄にまとめて示してある。この結果も等時間原則を満たしている解であるが、まだこの段階では配分比条件を満たしていないので、これも情報不均等な場合の解としておく。さらにこの操作を繰返していくと、サイクル8で配分比条件式が満足されるので、これを情報均等な場合の解とする。

例題2

OD交通Q₃の第1次配分経路だけを図-4.12のように例題1とは変更し、それ以外はすべて

そのままにして、配分結果にどのような差が出てくるかみてみることにする。

第1次配分による全OD交通量および区間走行時間は図-4.13のようになった。等時間パターン

は前出の約束にしたがうと例題1で得られた図-4.10と全く同一になる。したがって、OD交通 Q_3 等時間経路が例題1と異なるだけで

(図-4.12)、他のOD交通についての等時間経路はまったく同じとなる。情報不均等、情報均等な場合の配分計算を例題1と同じようにして行なったところ表-4.5のようになった。また、このときの全OD区間交通量とその走行時間は

図-4.14に示している。

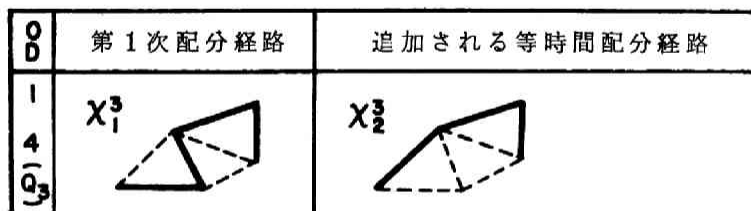


図-4.12 第1次配分と追加される等時間再配分経路(例題2)
(OD交通 Q_3 を除いて、他は例題1と同じ)

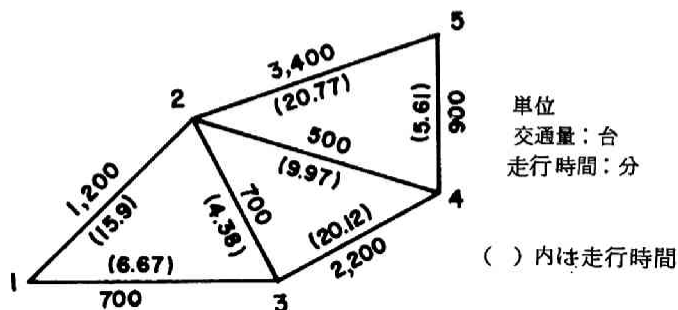


図-4.13 第1次配分による道路区間交通量と走行時間

この例題の計算結果をみると、各OD交通ごとに選択された経路の走行時間は等しくなっているが、OD交通 Q_3 についてみると、この等時間経路の走行時間が36.9分であるのに対し、選択されていない経路1-3-4の走行時間は24.6分となっており、等時間経路より走行時間の短いものが存在している。したがって、例題2の場合は等時間原則の解となっていない。

上の例題では距離最短法による第1次配分で等時間原則の解が得られたが、また別の例題では他の第1次配分法でないと解が得られないともかぎらない。また、例題によってはいくつかの第1次配分法に対して同じ等時間原則の配分結果が得られることも考えられる。しかし、いまのところ、この第1次配分法によって等時間原則の解が常に

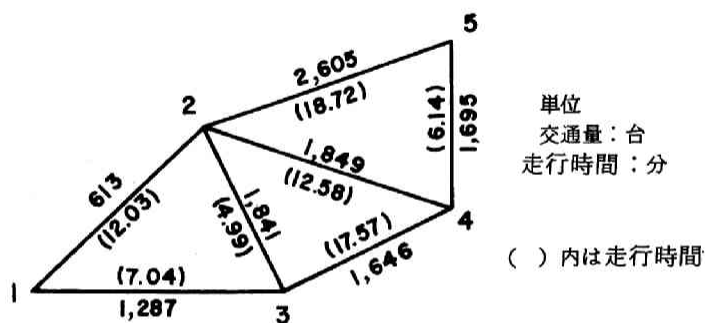
得られるかどうかは、その理論的根拠が明らかでなく、また求められるにしても一体どのように行なうべきなのかまったく不明である。したがって、上の例題にしてもたまたま解が得られたとしかいい

表-4.5 例題2の計算結果

		(単位:台)							
バスフロー	計算経路	1	2	3	4	5	6	7	8
	Q_3	103	114	112	112	112	112	112	112
従属等時間OD	x_{1-2}^3	97	86	88	88	88	88	88	88
	x_{1-3}^4	43	44	45	45	45	45	45	45
	x_{1-4}^4	40	15	16	16	16	16	16	16
	x_{2-3}^4	40	58	57	57	57	57	57	57
	x_{2-4}^4	36	19	20	20	20	20	20	20
	x_{2-5}^4	41	64	62	62	62	62	62	62
	Q_4	72	83	83	83	83	83	83	83
	x_{1-3}^4	60	27	29	29	29	29	29	29
	x_{1-4}^4	68	90	88	88	88	88	88	88
	Q_5	500	500	500	500	500	500	500	500
	Q_6	500	500	500	500	500	500	500	500
	Q_7	500	500	500	500	500	500	500	500
独立等時間OD	Q_8	500	500	500	500	500	500	500	500
	Q_9	427	440	440	440	440	440	440	440
	x_{1-2}^9	573	560	560	560	560	560	570	560
	Q_{10}	2 254	2 213	2 215	2 215	2 215	2 215	2 215	2 215
	x_{1-2}^{10}	746	787	785	785	785	785	785	785
	Q_{11}	1 533	1 499	1 502	1 502	1 502	1 502	1 501	1 501
	x_{1-2}^{11}	467	501	498	498	498	498	499	499
	備考	情報不均等							
	備考	情報均等							

ようがないのである。ところで、この第1次配分法のままでは、つぎに述べるような求解が困難であるという例が見出せたので、新たなアルゴリズムを考えていく方がよいように思われる。これがカット法のところで述べる新しいアルゴリズムである。

図-4.14 等時間配分したときの区間交通量と走行時間



4.9 第1次配分法によっては求解困難な例¹¹⁾

図-4.15の道路網に表-4.6のOD交通量を距離最短法で第1次配分したところ、各道路区間の

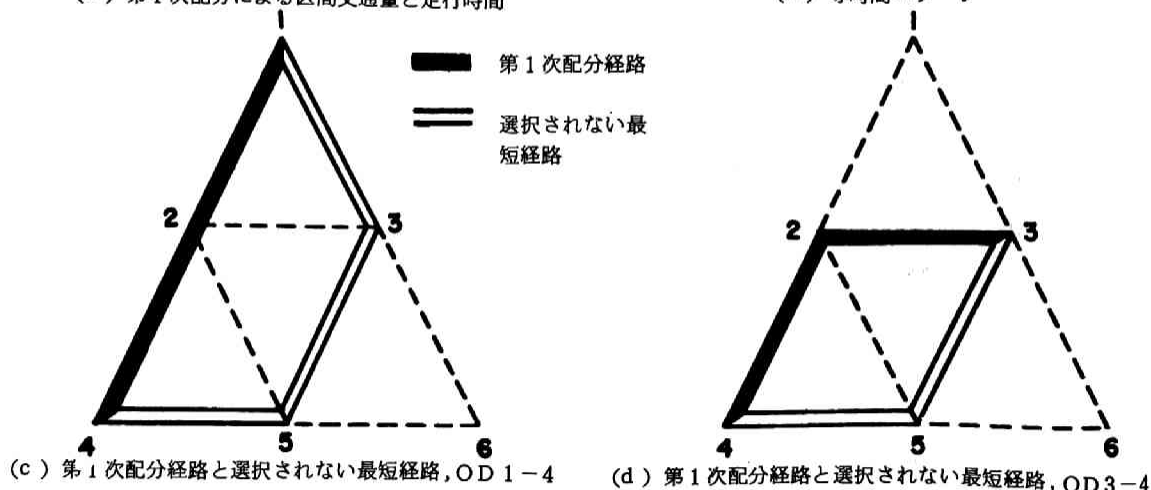
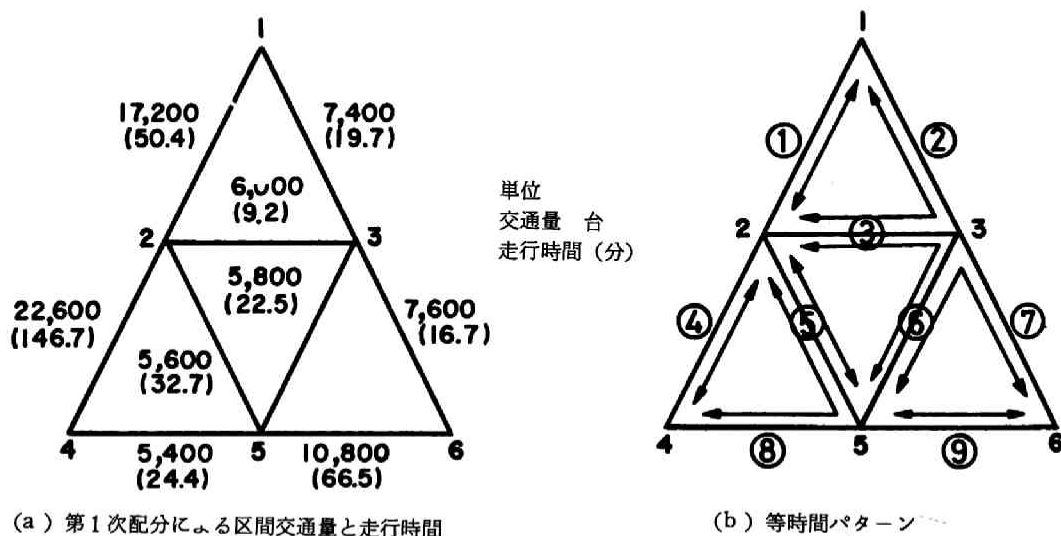


図-4.15 第1次配分法によつては求解が困難な例

交通量と走行時間が図-4.15(a)のように得られた。ただし、各道路区間の交通量と走行時間の関係を表わす容量関数の a 、 b の値は表-4.7 の値を用いた。そうすると先の約束にしたがって等時間パターンは図-4.15(b)のように決定

される。ここで、OD交通1-4に着目してみると、その第1次配分経路は図-4.15(c)に太線で示す

経路 1-2-4

なので、これと等時間パターンから等時間再配分経路として

経路 1-3-2-4

経路 1-2-5-4

経路 1-3-2-5-4

が取出される。また、

経路 1-3-2-3-5-4

も再配分経路として採択されるべき

であるが、この経路は道路区間2-

3を2度も通過している。したがっ

て、明らかに上記5本の経路に比べ

て二重線で示した

経路 1-3-5-4

の方が走行時間の短いことがわかる。一方、OD交通3-4の場合でも同じようなことが起こる

(図-4.15(d))。そこで、このようなことが起こるのは、第1次配分経路の指定が誤っていたからであると考えて、この2つのOD交通の第1次配分経路を二重線で示した経路に移しかえてみたところ、やはり同じようなことが起こった。そこで、さらにこの第1次配分経路を走行時間のより短い経路に順次移しかえていっても、ついには再びもとの経路に戻るといった周期的な現象を呈するようになる。

したがって、この例題はこのような第1次配分法のままでは、等時間原則を満たす解に到達するのが困難な例といえる。ちなみに、この例題では等時間原則の成立する等時間パターンは4.12の計算例で得られる図-4.25のb-13のようになるが、もしこのパターンがわかっておればそうなるように作為的に第1次配分を行なうこともできよう。しかし、これもパターンがわかってはじめてでできることで、一体どのような規準で第1次配分を実行すればよいのか、いまのところ全く見当がつかない。そこで本論文では、第1次配分によって等時間パターンを決定するという方法は一応あきらめ、以下に述べるようなカット法による別なアルゴリズムを考えることにした。

表-4.6 OD交通量

		交通量 (単位: 台)					
		1	2	3	4	5	6
1			6,000	4,800	11,200	2,000	600
2				1,400	8,400	3,600	1,600
3					3,000	5,800	5,400
4						4,200	1,200
5							9,600
6							

表-4.7 道路定数 (a b) の値

道路区間	a ($\times 10^{-3}$ 分/台)	b (分)
1-2	2,464	8
1-3	1,848	6
2-3	0,860	4
2-4	6,093	9
2-5	3,696	12
3-5	2,150	10
3-6	1,540	5
4-5	3,220	7
5-6	5,416	8

4.10 カット法による等時間配分の定式化と一般的な適用性¹⁰⁾

カット法は全OD区間交通量を、道路網を切断(カット)したときの断面交通量に関するカット方程式と、道路網の各ループ内の等時間方程式から成る連立方程式によって求めようとするところに特徴がある。著者はこの方法を便宜上カット法とよんでいる。従来、交通量配分を解析的に行なおうとするとき、各OD交通ごとに選択する経路交通量を変量とするか、あるいは各OD交通ごとに経由する道路区間の交通量を変量とすることが多く、全OD区間交通量は各道路区間でこれらを合計することによって求められていた。しかし、このような方法によれば、対象道路網が大規模になった場合取扱変数の数がおびただしい数になる。また、すでに述べたように等時間配分では、各OD交通ごとの経路交通量あるいは経由道路区間交通量は一意的には定まらない。カット法を考えるに至った動機はこうした観点に負うところが大きい。したがって、カット法を用いると未知数の数は道路区間の数だけで済むし、また、全OD区間交通量が求まったあと、各OD交通ごとの経路交通量あるいは経由区間交通量を求めたければ、何らかの仮定を導入することによって、たとえば情報均等とか情報不均等の立場を考えることによって可能となる。つぎに、このカット法の定式化とその一般的な適用性について説明する。

ここでは、まず三角型道路網について述べたあと、一般型道路網へと考察を進める。三角型道路網を対象とする理由は、交通量配分のようなマルチコモディティフローをカット法で解析していく場合、その取扱いが比較的簡単であるし、また理解も容易であると思われるからである。しかし、三角型道路網においてなされる考察は、一般型道路網においても何ら一般性を失うものではない。

はじめに、図-4・16のような単一の三角道路網ですべてのノード間にOD交通量がある最も単純な例を考える。そして、このとき矢印で示すような等時間パターンが成立しているものとする。このことは、OD交通2-3には等時間経路が存在し、他のOD交通は最短経路のみを選択することを意味している。ここで、道路区間*i-j*の交通量を X_{ij} 、OD交通*m-n*の交通量を Q_{mn} で表わし、区間走行時間 T_{ij} とその交通量の関係は式(4・5)を用いること

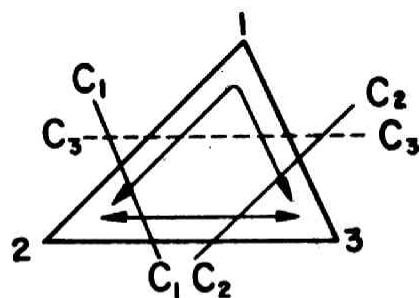


図-4 16 等時間パターンとカットの方法

とする。そうすると、図-4・16においてはつぎのような等時間条件式が成立している。

$$T_{23} = T_{12} + T_{13} \quad (4 \cdot 33)$$

したがって、式(4・33)は式(4・5)から次のようになる。

$$a_{23}X_{23} + b_{23} = (a_{12}X_{12} + b_{12}) + (a_{13}X_{13} + b_{13}) \quad (4 \cdot 34)$$

つぎに、断面交通量に関するカット方程式を作成するが、このときのカットは断面交通量が定まるように行なわねばならない。図-4・16では以下のような3個のカット条件式が形成される。

$$\text{カット } C_1 \quad X_{12} + X_{23} = Q_{12} + Q_{23} \quad (4 \cdot 35)$$

$$\text{カット } C_2 \quad X_{23} + X_{13} = Q_{23} + Q_{13} \quad (4 \cdot 36)$$

$$\text{カット } C_3 \quad X_{12} + X_{13} = Q_{12} - Q_{13} \quad (4 \cdot 37)$$

このうちカット C_3 においては、 $X_{12} + X_{13}$ となるようなカット条件式は OD 交通 2-3 の経路が 2 本あるにもかかわらずその中の唯 1 本だけしか切断しないので、交通量が定まらず樹立できないが、この OD 交通 2-3 の経路 2-1-3 の交通量を消去するように、式 (4・37) のようなカット条件式を作れば樹立できる。ところが、式 (4・35)，(4・36)，(4・37) のいずれの式も他の 2 式によって導出することができるので、これらは一次独立な条件式とはなっていない。したがって、図-4・16 のような等時間パターンが成立する単一の三角形内では、一次独立なカット条件式は 2 個となる。以下では議論を単純化するため、式 (4・37) のようなカットは考えないことにし、式 (4・35)，(4・36) のような和算だけからなるカットを対象にすることにする。

このようにカット法を用いることによって、全 OD 区間交通量は、等時間条件式 1 個とカット条件式 2 個から成る連立方程式によって求めることができる。このとき、単一の三角形内ではすでに述べたように、等時間経路が存在するパターンはせいぜい 1 個であるから、図-4・16 のような等時間パターンが成立する場合と、成立しない場合を考えておけば十分である。前者の場合はいま説明した方法で解は求められるし、後者の場合はすべての OD 交通が最短経路のみを選択する場合であるから自明の解である。

以上のことから、単一の三角形ではカット法の有効なことはわかったが、大規模な三角型道路網になっても常に可能かどうか検討しておく必要がある。この一般性についての証明は、道路網の形状と等時間パターンの組合せによりカットの形が異なってくるため困難なので、道路網を構成するすべての三角形（3 個のノードから成るループのこと）に等時間パターンが成立するものとして、一応帰納法的に常に有効であるとの説明を行なっておく。ただし、すべてのノード間に OD 交通量があるものとする。

図-4・16 に三角形がもう一つ付加わって三角形が 2 個になった場合について考える。等時間パターンのすべてについてそのカットを示したのが図-4・17（図形的に同値であるものは省略した）である。この図-4・17 のうち (d) 図においてはカットは 4 本形成されるが下に示す式 (4・38) ~ (4・41) からわかるように、いずれのカット方程式も他の 3 つのカット方程式を用いて導出できる。

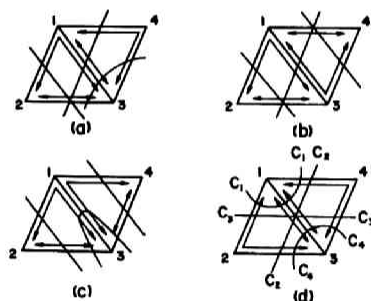


図-4・17 三角形が 2 個の場合の等時間パターンとカット

$$\begin{aligned} \text{カット } C_1 \quad X_{12} + X_{13} + X_{14} &= Q_{12} + Q_{13} \\ &\quad + Q_{14} + 2Q_{24} \end{aligned} \quad (4 \cdot 38)$$

$$\begin{aligned} \text{カット } C_2 \quad X_{23} + X_{13} + X_{14} &= Q_{23} + Q_{13} \\ &\quad + Q_{14} + Q_{24} \end{aligned} \quad (4 \cdot 39)$$

$$\begin{aligned} \text{カット } C_3 \quad X_{12} + X_{13} + X_{34} &= Q_{12} + Q_{13} \\ &\quad + Q_{34} + Q_{24} \end{aligned} \quad (4 \cdot 40)$$

$$\begin{aligned} \text{カット } C_4 \quad X_{23} + X_{13} + X_{34} &= Q_{23} + Q_{13} \\ &\quad + Q_{34} \end{aligned} \quad (4 \cdot 41)$$

したがって、一次独立なカット条件式は、このうちのどれか3本を取出せばよい。ただし、このときOD交通2-4は経路2-1-4を通るとした。かくして、図-4・17ではどの場合も変数(区間交通量)が5個に対して、等時間条件式が2個とカット条件式が3個形成されるので、解は唯一に定まる。しかし、もしOD交通2-4に経路2-1-4と経路2-3-4の間で等時間が成立つとすれば、この間に等時間条件式が樹立され、一方、 C_1 と C_4 のカットは交通量が定まらないので、式(4・38)と式(4・41)はカット条件式からはずされる。よって、このときは等時間条件式3個とカット条件式2個となる。

さて、三角形を順次追加し、それぞれの等時間パターンをランダムに生起させて図-4・18(a)のような道路網と等時間パターンが得られたとする。このときの1次独立なカット方程式を構成するカットも同図に示しておいた。この場合は変数が11個に対し、等時間条件式が5個、カット条件式が6個存在している。この図-4・18(a)に道路が1本付加って、さらに三角形が1個増加したとき、条件式がどのように形成されるかみてみよう。

新たに追加される三角形内の等時間パターンのそれぞれについて一次独立なカットを求めてみると、図-4・18(b)~(d)のようになる。

ここで、ダッシュを付しているカットは(a)図を基底にして作られるカットのことであり、それ

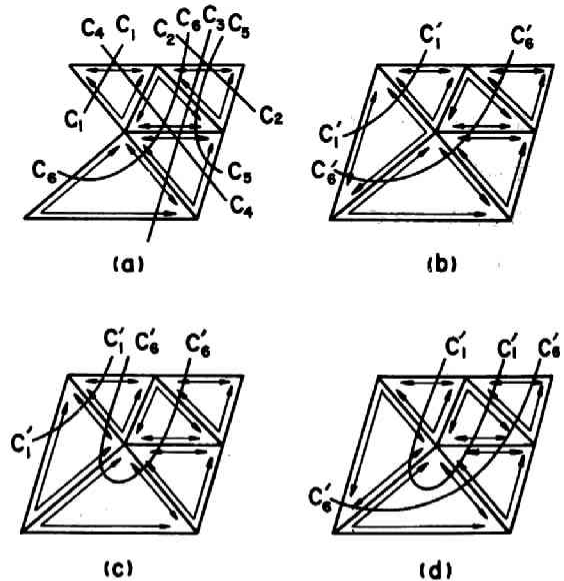


図-4・18 グラフの成長とカットの変化

以外のカットについては全く同じであるから記述は省略した。これから、未知数の数(リンク数あるいは道路区間数)が1個増加したときカット条件式は別に増えることもなく、等時間条件式がただ1個増加することがわかる。したがって、未知数と条件式の数は一致しており、やはり連立方程式によって解は得られる。いま説明したのはリンク1個でもって三角形が1個追加される場合であったが、リ

ンク 2 個でもってなされるときも同様にして説明できる。このときは未知数が 2 個増えるのに対して等時間条件式とカット条件式がそれぞれ 1 個ずつ増加する。これは図-4・17 の例を参考にすれば容易に理解できるであろう。

以上、三角型道路網では大規模になってもカット法は常に有効であることがわかった。しかし、これらの考え方は道路網が一般型になってもそのまま通用するものである。ただ一般型道路網の場合、ある多角形ループ（たとえば五角形ループとは 5 個のノードから成るループをいう）を取出したとき、その中では複数個の等時間パターンが同時に成立することがある。したがって、そのような等時間パターンに対応した一次独立なカット条件式を形成するとき、三角型道路網の場合に比べて少し面倒になるだけである。

ここで、上述してきた考え方を一般型道路網に適用するため補足する意味で三角型道路網でふれなかった点を説明しておく。一般的に、 $2n$ 角形あるいは $(2n+1)$ 角形のループ内では、同時に成立し得る等時間パターンはせいぜい n 個までであることはすでに述べたとおりである。たとえば五角形ループ内では、2 個のノードペアまで等時間パターンが成立する。この場合の、1 個だけが成立しているとき、2 個が成立しているときのそれぞれの一例を示したのが図-4・19 である。そして、

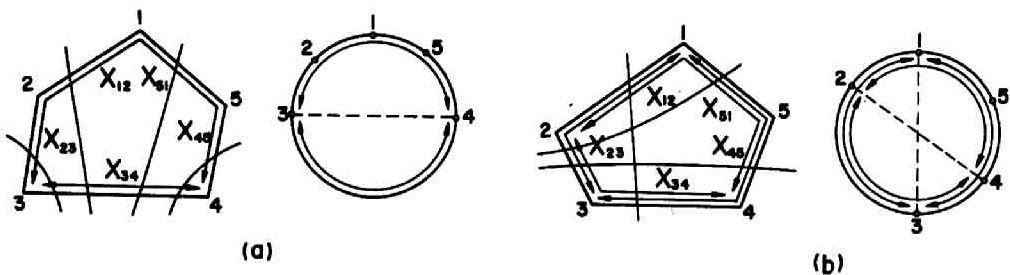


図-4・19 五角形ループにおける等時間パターンとカットの例

その全 OD 区間交通量を求めるための等時間条件式およびカット条件式は図中の等時間パターンとカットがそれぞれ対応している。すなわち、等時間パターンが 1 個の場合はカット条件式が 4 個、2 個の場合なら 3 個と、いずれの場合も条件式が 5 個形成される。このようにして、三角形にかぎらずループが何角形になっても等時間条件式とカット条件式から成る連立方程式によって全 OD 区間交通量を求めることができる。ただし、どのループ内にも等時間パターンが全く存在しないときは、連立方程式を解くまでもなく自明の解となる。

いま与えられた道路網内のある 1 つのループを取出したとき、そのループを構成するノード集合のいかなる部分集合も他のループを含まないとき、これを基本ループと定義しておく。三角型道路網の場合では個々の三角ループが基本ループとなっている。ところで、等時間パターンは必ずしも基本ループとはかぎらず、しばしばより大きなループで出現する。しかし、計算を行なうときは、一般的に交通量の増大にともなって等時間パターンの数も増加するので、そのつどできるかぎり基本ループで

等時間パターンを表記しておく、一次独立なカット方程式を作成するときにわかり易い。

さきに三角型道路網におけるカット法の一般的な適用性を説明するのに、道路網を成長させながらそのすべての基本ループが存在するものとして考察してきた。しかし、ここでは見方を変えて道路網の形は固定したままで、交通量増大のため等時間パターンが新しく出現したとき、一次独立なカットがどのように変化するかを見てみることにする。あるOD交通量 \dot{q} のとき、図-4・20の一般型道路

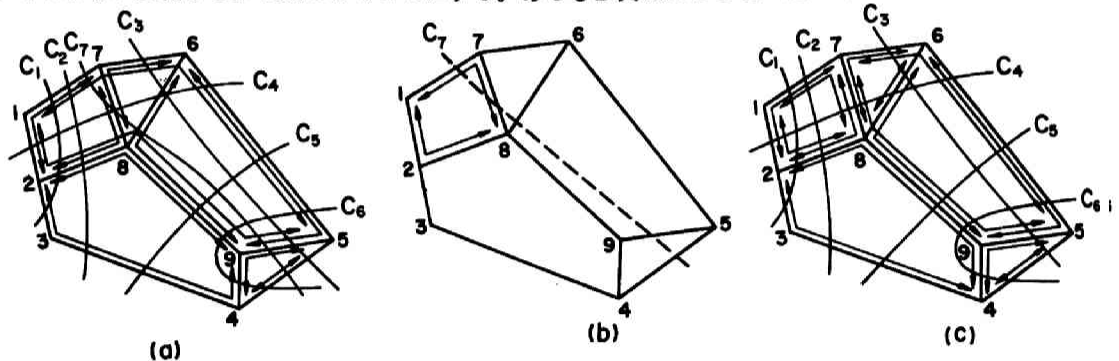


図-4 20 等時間パターンの出現によるカットの消滅

網で(a)図のような等時間パターンとカットが成立しているものとする。そして、OD交通量が一樣に増えたとき、ループ1287で(b)図のような等時間パターンが出現するでしょう。そうするとこのパターンの出現のために、カット C_7 は交通量が定まらず、このカット方程式は成立しなくなる。すなわち、新しく等時間パターンが追加されることより、カット条件式が1個成立しなくなる。結局このときの等時間パターンとカットは図-4・20(c)のようになる。したがって、条件式の数是不変であるから、やはり連立方程式によって全OD区間交通量が求められる。このようにして、一般型道路網でも、カット法は常に有効であることが確められる。

4.1.1 等時間条件式およびカット条件式の行列表現と探索法¹⁰⁾

カット法の配分計算は、ODパターン(OD交通量の相対比)を一定にしておいて交通量を漸増させ、そのつど等時間パターンの追加とこれに対応した一次独立なカットの探索を行なって進めていく。しかし、時には既存パターンが消滅することもある。計算機内でこれらのことを自動的に演算処理していくためには、等時間パターンおよびカットを以下のように行列表現しておく都合がよい。説明は理解が容易なように例題を通して行なう。

4.1.1.1 等時間条件式

図-4・21の道路網において、あるOD交通量 \dot{q} のとき、どのOD交通もつぎの経路行列に示す最短経路のみしか選択していないものとする。この経路行列の要素は、あるOD交通の経路がその道路区間(リンク)を通

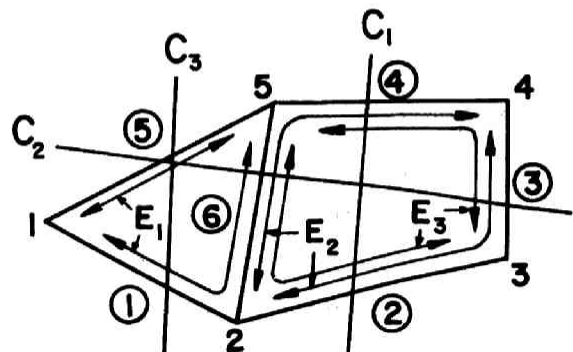


図-4 21 等時間パターンとカット

ておれば1, そうでなければ0となっている。

$$R_0 = \begin{matrix} & \text{(リンク)} & \text{①} & \text{②} & \text{③} & \text{④} & \text{⑤} & \text{⑥} \\ \begin{matrix} \text{1-2} \\ \text{1-3} \\ \text{(1-4} \\ \text{O 1-5} \\ \text{D 2-3} \\ \text{交 2-4} \\ \text{通 2-5} \\ \text{) 3-4} \\ \text{3-5} \\ \text{4-5} \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (4 \cdot 4 \cdot 2)$$

その後、OD交通量が増加して、そのときの各OD交通の最短経路が下のようになったとする。ここで、*印の付いた経路がさきの経路とは異なるもので、これが新しい等時間経路となる。

$$R_1 = \begin{matrix} & \text{(リンク)} & \text{①} & \text{②} & \text{③} & \text{④} & \text{⑤} & \text{⑥} \\ \begin{matrix} \text{1-2} \\ \text{1-3} \\ \text{(1-4} \\ \text{O 1-5} \\ \text{D 2-3} \\ \text{交 2-4} \\ \text{通 2-5} \\ \text{) 3-4} \\ \text{3-5} \\ \text{4-5} \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad \begin{matrix} * \\ * \\ * \\ * \\ * \end{matrix} \quad (4 \cdot 4 \cdot 3)$$

経路行列 R_0 から経路行列 R_1 を差引き、要素の値がすべて零になる行を取除くと下のような行列が得られる。しかし、この行列の第1行ベクトルは、第2行ベクトルから第3行ベクトルを差引くと

$$R_0 - R_1 = \begin{matrix} & \text{①} & \text{②} & \text{③} & \text{④} & \text{⑤} & \text{⑥} \\ & \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (4 \cdot 4 \cdot 4)$$

求められる。よって、第1行ベクトルを取除いて一次独立な行だけを取り出すと、この行列Eが図-4・21の等時間パターンを示すものとなる。このとき、第1行ベクトルを取除くかわりに、第2行あるいは第3行ベクトルを取除いてもよい。なお、実際計算では等時間パターンが1個ずつ現われるよう

$$E = \begin{matrix} & \begin{matrix} \textcircled{1} & \textcircled{2} & \textcircled{3} & \textcircled{4} & \textcircled{5} & \textcircled{6} \end{matrix} \\ \begin{matrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (4.45)$$

に行なうが、説明の便宜上あえてこのようにしておいた。

ここで、各道路区間の走行時間、交通量、道路定数の b をそれぞれ T , X , B なる列ベクトルで、道路定数の a を \hat{A} なる対角行列で表わすと、等時間条件式はつぎのように行列表示できる。

$$ET = 0 \quad (4.46)$$

すなわち、 $T = \hat{A}X + B$ であるから

$$E(\hat{A}X + B) = 0 \quad (4.47)$$

したがって、図-4.21では式(4.47)を移項して、 $E\hat{A}X = -EB$ より、

$$\begin{matrix} \begin{matrix} \textcircled{1} & \textcircled{2} & \textcircled{3} & \textcircled{4} & \textcircled{5} & \textcircled{6} \end{matrix} \\ \begin{matrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{matrix} \end{matrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{matrix} \begin{matrix} \textcircled{1} & \textcircled{2} & \textcircled{3} & \textcircled{4} & \textcircled{5} & \textcircled{6} \end{matrix} \\ \begin{matrix} \textcircled{1} \\ \textcircled{2} \\ \textcircled{3} \\ \textcircled{4} \\ \textcircled{5} \\ \textcircled{6} \end{matrix} \end{matrix} \begin{bmatrix} a_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_6 \end{bmatrix} \begin{matrix} \textcircled{1} \\ \textcircled{2} \\ \textcircled{3} \\ \textcircled{4} \\ \textcircled{5} \\ \textcircled{6} \end{matrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} \begin{matrix} \textcircled{1} & \textcircled{2} & \textcircled{3} & \textcircled{4} & \textcircled{5} & \textcircled{6} \end{matrix} \\ \begin{matrix} E_1 \\ -E_2 \\ E_3 \end{matrix} \end{matrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{matrix} \begin{matrix} \textcircled{1} \\ \textcircled{2} \\ \textcircled{3} \\ \textcircled{4} \\ \textcircled{5} \\ \textcircled{6} \end{matrix} \end{matrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \\ b_6 \end{bmatrix} \quad (4.47')$$

一般的な計算段階で、等時間経路がすでに数多く存在しているあるOD交通に、新たに等時間経路が追加されるときは、既存経路のうちの任意のどれかと新規経路の間で上記のような $R_{i-1} - R_i$ の演算を行ない、そのうちで一次独立なるものだけを既存の等時間パターン行列Eに付加していく。経路が消滅する場合は、当然のことながら、その経路に含まれる等時間パターンを消滅させる。このようにして等時間パターンを作成し、等時間条件式を樹立していく。

4.11.2 カット条件式

グラフの理論では、ノード集合をある部分集合とその補集合に分けたとき、それらの間を結ぶすべてのリンク集合をカットセットとよんでいる。そして、カットセットは接属行列（インシデンスマトリックス）の適当な行の和（mod 2）をとることによって、すべての行列表示が可能であることが明らかになっている。³⁹⁾ここに、接属行列とは、縦にノード、横にリンクをとり、その行列要素 ij は、ノード i がリンク j の端点であれば 1、そうでなければ 0 である行列をいう。したがって、図-4.21 の道路網の接属行列 D はつぎようになる。

$$D = \begin{matrix} & \begin{matrix} \text{(リンク)} \end{matrix} \begin{matrix} \text{①} & \text{②} & \text{③} & \text{④} & \text{⑤} & \text{⑥} \end{matrix} \\ \begin{matrix} \text{ノード} \\ \text{1} \\ \text{2} \\ \text{3} \\ \text{4} \\ \text{5} \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix} \quad (4.48)$$

ここで、図-4.21 においてノード集合を、たとえば、1, 2, 5 と 3, 4 に分離するカットセットを求めている。このとき、ノード集合のどちらか一方を 1 に、その補集合を 0 とする行ベクトル N_1 を作っておく。

$$N_1 = \begin{matrix} \text{(ノード)} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ & [& 1 & 1 & 0 & 0 & 1 &] \end{matrix} \quad (4.49)$$

そうすると、このときのカットセット C_1 は N_1 と D の積から以下のように求められる。

$$\begin{aligned} C_1 &= N_1 D \\ &= [\begin{matrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{matrix}] \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{matrix} \text{(リンク)} & \text{①} & \text{②} & \text{③} & \text{④} & \text{⑤} & \text{⑥} \\ & [& 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 &], \end{matrix} \quad (\text{mod } 2), \quad (4.50) \end{aligned}$$

すなわち、ノード集合を 1, 2, 5 と 3, 4 に分離するカットセットはリンク②と④から成る集合となる。

ところで、カット条件式が樹立されるためには、このカットセットがいずれの等時間パターンも対で切断していなければならない。よって、カットセット行列と等時間パターン行列の積が零となるものが、カット条件式として成立し得る。ここに、ダッシュは転置行列をあらわす。

$$CE' = 0 \quad (4.51)$$

図-4.21 の例では図中のカット C_1 、 C_2 、 C_3 が式 (4.51) を満足する。この他にも、式 (4.51) を満足するカットは存在するが、 $C_1 \sim C_3$ のカットに対しては一次従属となっている。

$$\begin{array}{c}
 \text{(リンク)} \quad \textcircled{1} \quad \textcircled{2} \quad \textcircled{3} \quad \textcircled{4} \quad \textcircled{5} \quad \textcircled{6} \\
 \begin{array}{c} \text{カ} \\ \text{ット} \end{array} \begin{array}{l} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{array} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}
 \end{array} \quad (4.52)$$

すなわち、図-4.2.1の等時間パターンに対応するカットとしては、式(4.52)のカットで十分なのである。実際計算においてカットを探索する場合は、すでに等間パターンは決定されているので、これに対する一次独立なカット数も自ずと決まっている。したがって、カットセットを順次構成していき、そのうちで式(4.51)を満足し、かつ一次独立なるものがその所要の個数に達するまで探索を続けられればよい。

こうして、図-4.2.1のカット条件式はつぎのように形成される。

$$C X = q \quad (4.53)$$

すなわち、

$$\begin{array}{c}
 \text{(リンク)} \quad \textcircled{1} \quad \textcircled{2} \quad \textcircled{3} \quad \textcircled{4} \quad \textcircled{5} \quad \textcircled{6} \quad \text{(リンク)} \\
 \begin{array}{l} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{array} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \textcircled{1} \\ \textcircled{2} \\ \textcircled{3} \\ \textcircled{4} \\ \textcircled{5} \\ \textcircled{6} \end{array} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \end{pmatrix} \\
 = C_1 \begin{pmatrix} Q_{13} + Q_{14} + Q_{23} + Q_{24} + Q_{35} + Q_{45} \\ Q_{14} + Q_{15} + Q_{24} + Q_{25} + Q_{34} + Q_{35} \\ Q_{12} + Q_{13} + Q_{14} + Q_{15} \end{pmatrix}
 \end{array} \quad (4.53')$$

ここに、 q はカットによって分離されたノード間のOD交通量の和からなる列ベクトルである。 q の要素 q_i は N_i に対応している。

このようにして、カット法では、式(4.47)の等時間条件式と式(4.53)のカット条件式から成る連立方程式によって全OD区間交通量が求められる。

なお、等時間条件式とカット条件式の作成の手順は、図-4.2.2、図-4.2.3のフローチャートに示してある。

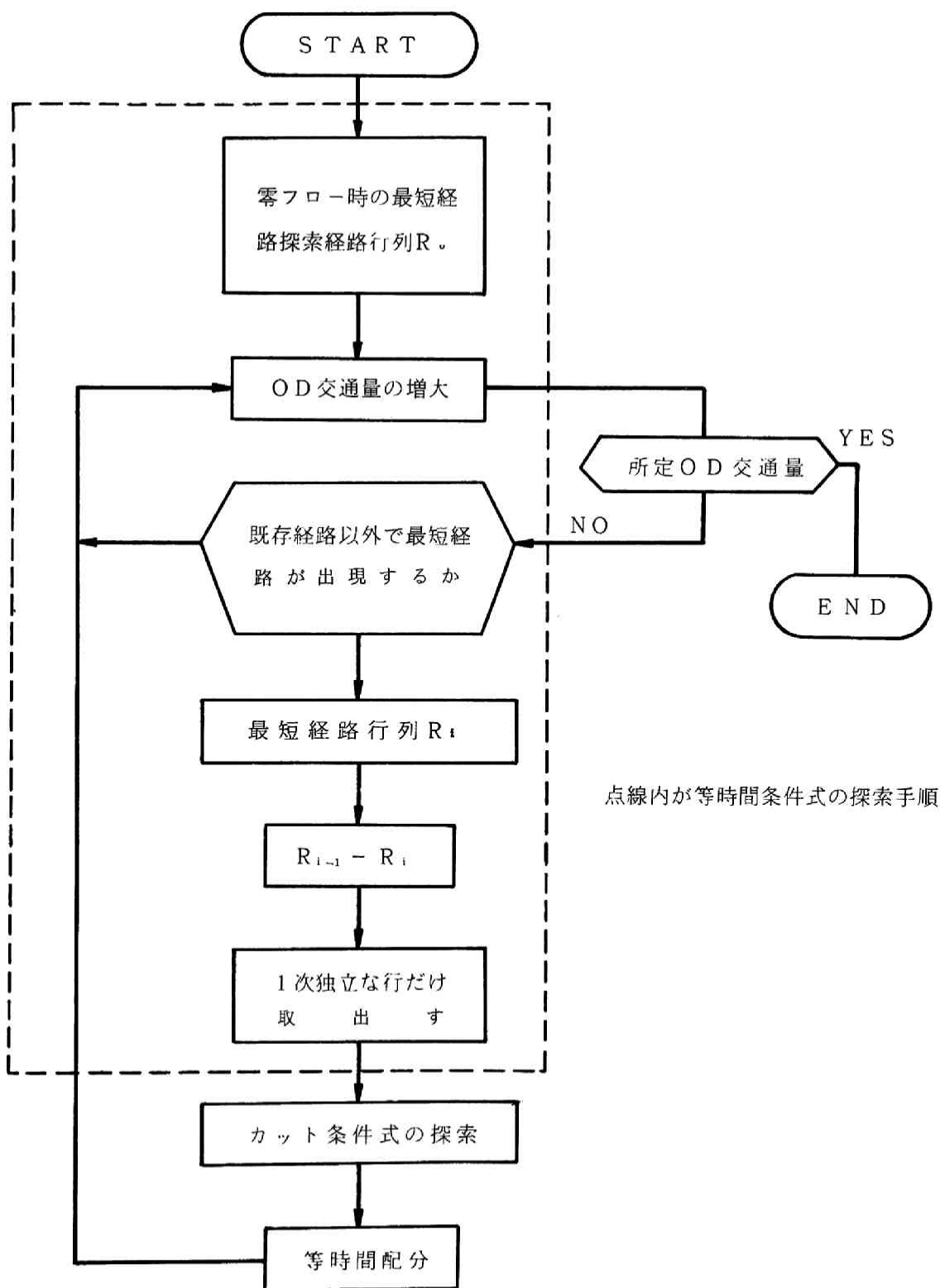


図-4 22 等時間条件式作成の手順

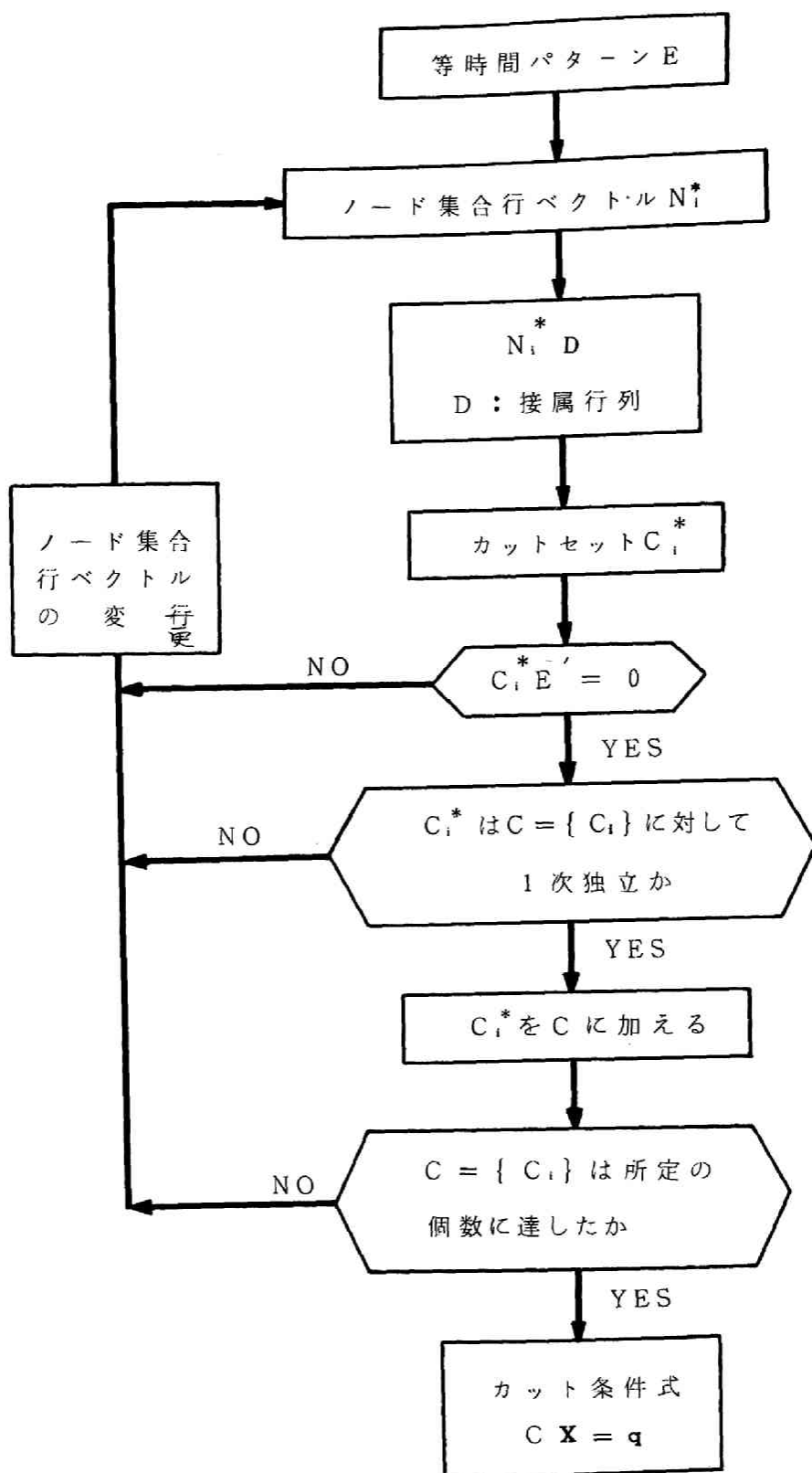


図-4.23 カット条件式作成の手順

4.12 カット法による配分計算のアルゴリズム

実際の経路選択をみてみると、運転者はたいてい時間的に短いと思われる経路を選択してトリップを行なっている。ところが、交通量が増加するとその走行速度は次第に低下してくるので、別の経路で走行時間のより短い経路が出現してくることがある。そのときは、この走行時間のより短い経路も当然経路選択の対象となってくる。一般的には、OD交通量の増大とともに選択対象経路は増えてくるが、4.12.2の例で示すように、時には既存経路が消滅することもある。

そこで、本論文では容量関数（走行時間関数）を1次式と仮定して、ODパターン（OD交通量の相対比、単位OD表ともいう）一定のもとに、全OD交通量を十分小さい値から一定の割合で漸増させそのつど走行時間のより短い経路の追加を行なうか、あるいは既存経路が存続するかどうかを検討して等時間パターンを決定していく方法をはじめに考える。この方法を一定増分法ということにする。しかし、この一定増分法はあまり能率的な計算方法とはいえないためこれを改良し、容量関数（走行時間関数）の線型性を利用して逐次等時間パターンを変化させていくという方法をおとで考える。この方法を逐次パターン変化法とよぶことにする。

4.12.1 一定増分法¹¹⁾

この方法による配分計算のアルゴリズムは、ODパターン一定のもとに各OD交通量を一定のきざみで漸増させ、そのときの連立方程式によって求められる配分結果から、等時間経路が新たに生じあるいは消滅するかどうか検討する。そして、等時間経路に変更があると、そのつどこれらの等時間経路に対応した一次独立なカット方程式を探索し直し、同様な配分計算を所与のOD交通量に達するまで行なう。その詳細な手順は以下のとおりである。

- (1) 最初に、単位OD交通量 \mathbf{P} （ODパターンをマトリックス表示したもの。各OD交通量はこの \mathbf{P} に総トリップ数 N を乗ずれば求められる）を与え、これを各OD交通の距離最短経路に配分し、各道路区間の交通量（全OD区間交通量） $\mathbf{X}^{(0)}$ を求める。
- (2) 総トリップ数 N を漸増させ、いずれかのOD交通で既存経路より走行時間の短い経路の出現する総トリップ数 $N^{(1)}$ を求める。
- (3) 新規経路と既存経路の間に等時間条件式を作成し、また、これに対応したカット条件式を樹立させて、OD交通量 $N^{(1)}\mathbf{P}$ を等時間配分する。そのときの全OD区間交通量を $\mathbf{X}^{(1)}$ とする。
- (4) 上の等時間パターンのもとに、 N をさらに漸増させてそのつど等時間配分の計算を行ない、等時間経路上のパスフローが負にならないかどうか検討する。負になれば(5)にうつり（このとき N を仮に $N^{(2)}$ としておく）、正であれば(6)に行く。
- (5) パスフローが負となるOD交通の経路は取除き、その経路が含まれる等時間パターンを消滅させる。そして、OD交通量 $N^{(2)}\mathbf{P}$ を再配分して、そのときの \mathbf{X} を $\mathbf{X}^{(2)}$ とする。こうしてパスフローはすべて正になる。
- (6) 引続いて N を増大させ、いずれかのOD交通で既存経路より走行時間の短い経路が出現する

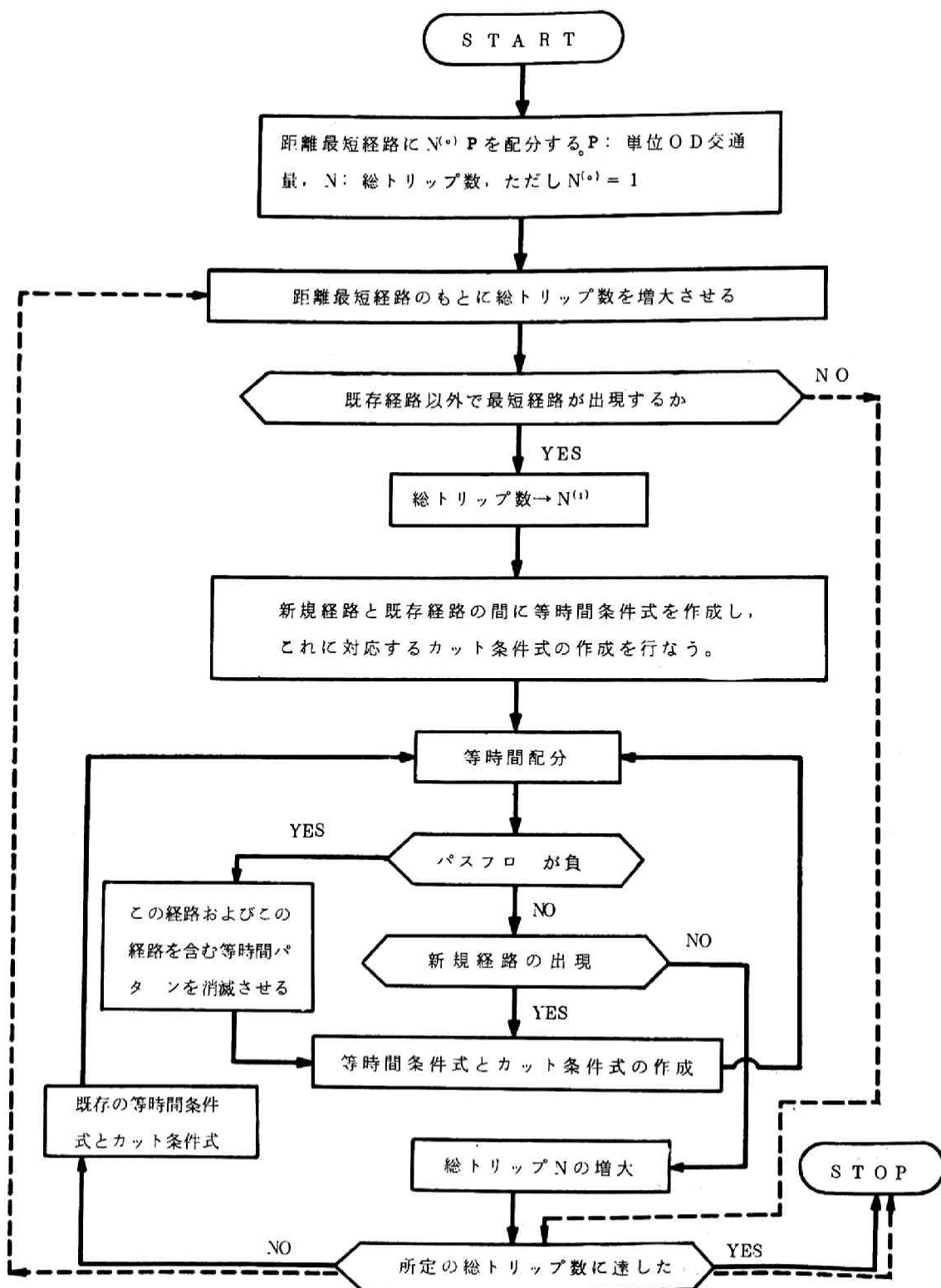


図-4 24 一定増分法による配分計算の手順

OD交通量 $N^{(3)}P$ を求める。

(7) 新規経路の出現によって成立する等時間パターンを追加し、 $N^{(3)}P$ を等時間配分して $X^{(3)}$ を求める。

(8) 計算ステップ(4)に戻って、以後同様の操作を所与のOD交通量に達するまで行なう。

このとき、全OD区間交通量 $X^{(i)}$ は、OD交通量が $N^{(i)}P$ であれば、常に等時間原則を満たしている。また、計算過程において等時間経路上のパスフローが負にならないかどうかを調べることはきわめて重要なことである。なぜなら、もしそのようなことが起れば、そこではもはや等時間原則は成立していないからである。すなわち、カット法では断面交通量がある一定値になりさえすればよいから、ある経路でパスフローが負になれば、その分だけ他の経路に正のダミー交通量が流れることになって、その経路では実際に流れ得る以上の交通量が算定されているのである。

等時間パターンの決定がなされると、等時間経路の探索は、第1次配分法のところで述べたのとまったく同様に行なえばよい。この手順のフローチャートは図-4.2.4に示してある。

4.12.2 一定増分法による計算例

表-4.6のOD表に対応するODパターン(表-4.8)を一定にしておいて、図-4.1.5と同じ道路網で等時間パターンがどのような

変わっていくかを見てみることにする。したがって、ここでは別特定のOD交通量は与えずに、総トリップ数 N が120,000台になるまで計算を行なってみた。道路定数 a 、 b の値も表-4.7と同じものを用いている。

表-4.8 単位OD表(ODパターン) P

	1	2	3	4	5	6
1		0.0872	0.0698	0.1628	0.0291	0.0087
2			0.0203	0.1221	0.0814	0.0233
3				0.0436	0.0552	0.0785
4					0.0610	0.0174
5						0.1396
6						

計算結果は図-4.2.5であるが、左欄に等時間原則が成立するときの状態を示し、右欄は左欄の等時間パターンでOD交通量を一様に増大させたとき、等時間原則が成立しなくなる状態、つまり、等時間パターンの変更を行なわねばならないときの状態を示している。これらを数字で示したのがa図、パターンの表示したのがb図である。とくに、b図においては、左欄では等時間原則の成立するパターンと一次独立なカットを示し、右欄は点線経路が実線経路に比べて走行時間が短いので、点線経路を新規経路として追加し、等時間パターンの変更を行なうことを示している。

まず、全OD交通量 $N^{(0)}$ が1,000台のとき(計算1)、各OD交通量 $N^{(0)}P$ をすべてその距離最短経路に配分すると、(a-1)のように各道路区間の交通量とそのときの走行時間が求まる。このときは配分経路以外で走行時間のもっと短い経路は存在しないので、これがOD交通量 $N^{(0)}P$ に対する等時間原則の解である。

つぎに、各OD交通の経路をこの距離最短経路のみと限定して、OD交通量を $N^{(1)}P$ ($N^{(1)}=3000$

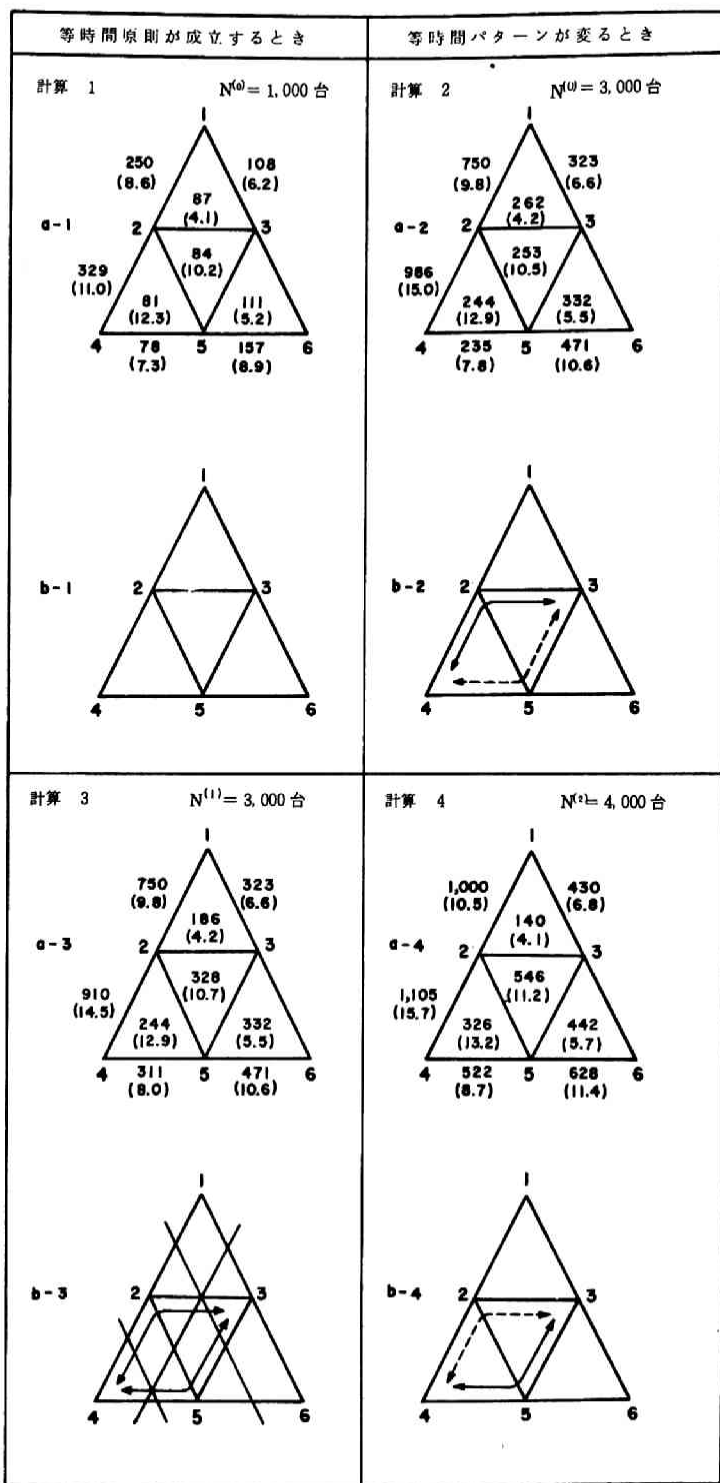


図 - 4. 25 の 1 一定増分法による計算例

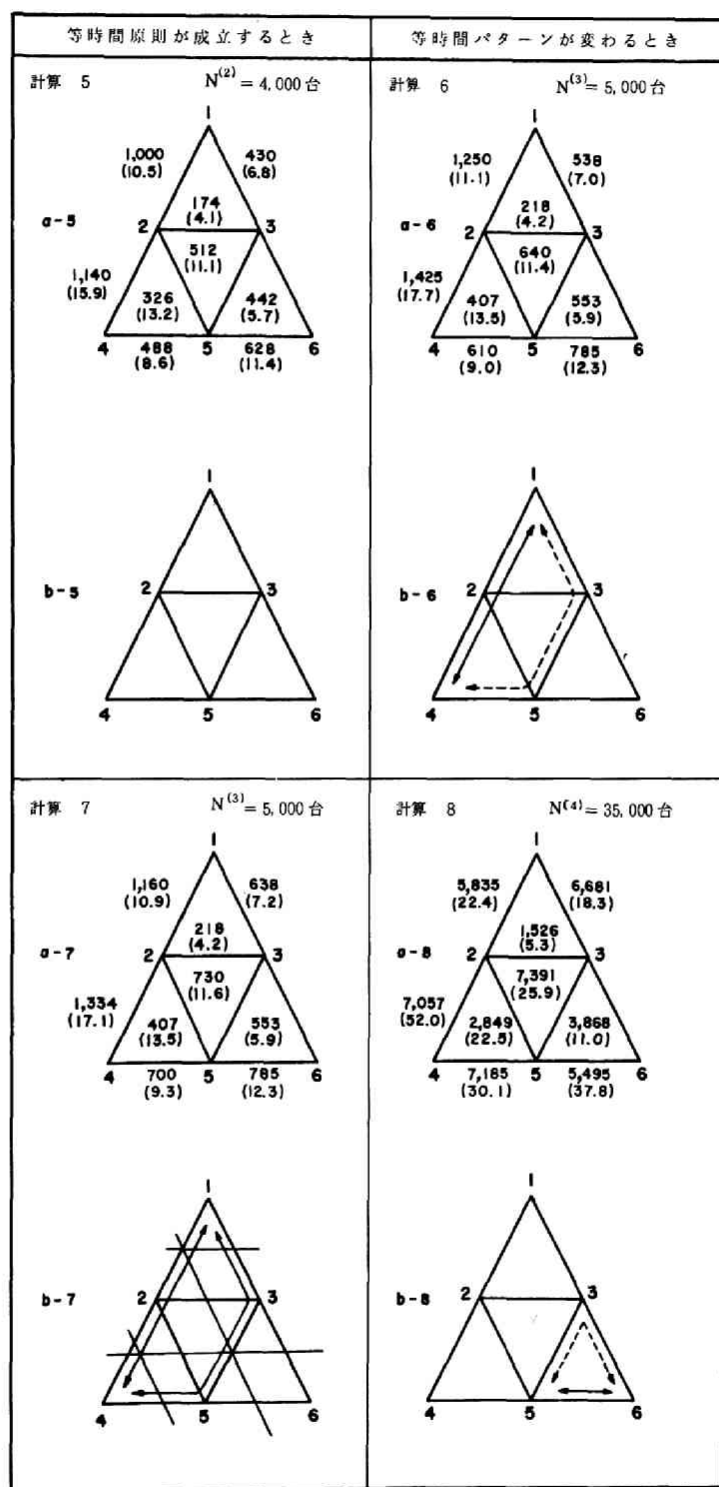


図-4.25の2 一定増分法による計算例

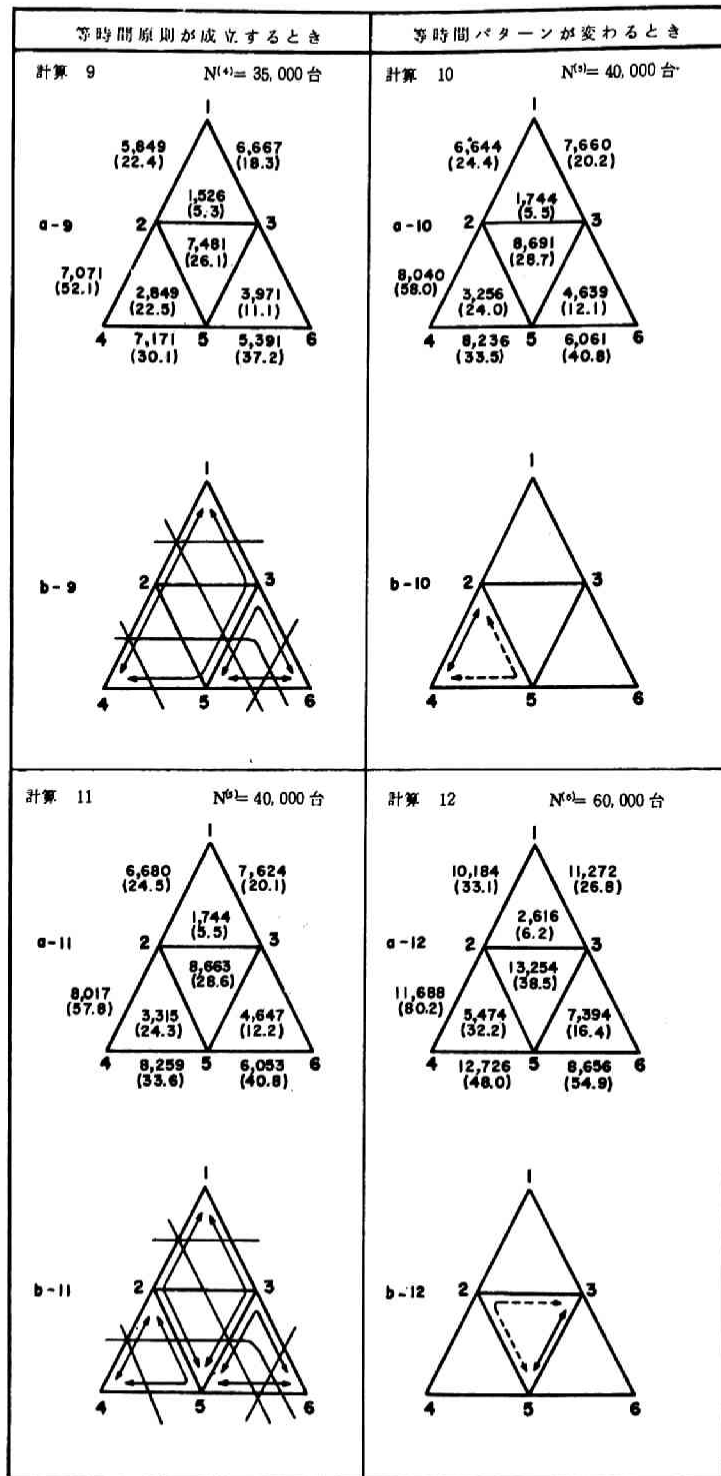


図-4.25の3 一定増分法による計算例

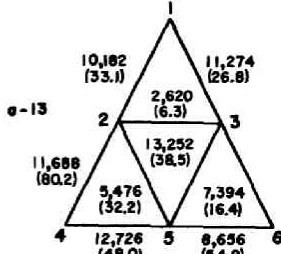
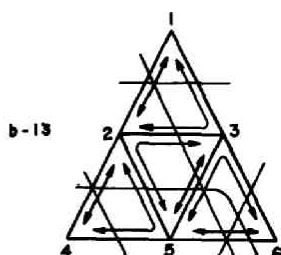
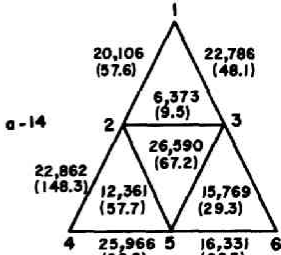
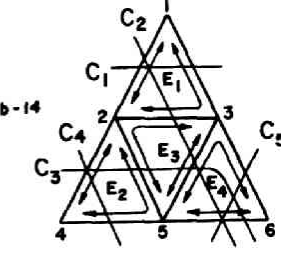
等時間原則が成立するとき	等時間パターンが変わるとき
<p>計算 13 $N^{(a)} = 60,000$ 台</p>  <p>a-13</p>  <p>b-13</p>	
<p>計算 14 $N^{(a)} = 120,000$ 台</p>  <p>a-14</p>  <p>b-14</p>	<p>注)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 右欄は左欄と同経路のもとに計算したものである。 2. a 図は N_i に対する各道路区間の交通量と走行時間 (カッコ内) である。 単位 交通量: 台, 走行時間: 分 3. 左欄の b 図は等時間パターンと一次独立なカットを示す。 4. 右欄の b 図における点線経路は、実線経路より走行時間の短いことを示す。したがって、その間に等時間が成立する。ただし、計算 4 の点線経路だけは消滅することを表わす。

図-25の4 一定増分法による計算例

台)まで増やしてみたところ、(a-2)に示すように、OD交通3-4においてはさきの距離最短経路3-2-4より走行時間の短い経路3-5-4が出現することがわかった(19.8分)。そこで、この2本の経路の間に等時間パターンを成立させて、 $N^{(1)}P$ を再配分したところ計算3の結果が得られた。計算3では、配分経路以外で走行時間のより短い経路は存在しないから、これが $N^{(1)}P$ に対する等時間原則の解となる。

(b-3)の等時間パターンのもとにOD交通量をさらに増加させ、Nが4,000台になると興味深いことが起こる。このとき、経路をただ1本しか有しないOD交通で、道路区間24を通るのは、OD1-4、2-4であり、その合計交通量は1,140台、同じく道路区間23を通るのは、OD2-3、2-6で、その合計交通量は、174台である。にもかかわらず、経路3-2-4と経路3-5-4の間に等時間条件が成立するとして配分すると、道路区間24、23の交通量はそれぞれ1,105台、140台となり、さきの交通量より少なくなってしまう。すなわち、OD交通3-4の交通量174台のうち、経路3-5-4に209台配分されて等時間条件式が成立しているのである。しかし、OD交通量が174台しかないのに、経路3-5-4に209台もの交通量が流れるのは明らかに矛盾しており、この場合はこの2本の経路の間に等時間が成立しないことを意味している。このようなことが起るのは、カット法では断面交通量が一定であるという条件があるため、その間のどこかの経路でパスフローが負になれば、その分だけ他の経路で交通量が増加するからである。したがって、OD交通3-4の交通量はすべて経路3-5-4を選択しなければならず、経路3-2-4は消滅せざるを得ない。さきに述べたパスフローの正負の判定は、かくのごとき既存経路の存続消滅を判定するためのものであり、本アルゴリズムにおいては重要な計算手続きである。なお、経路が消滅するのは、本例題ではこの計算ステップだけである。こうして、 $N^{(2)} = 4,000$ 台の解は計算5に示すものとなる。ここで再び各OD交通の経路は1本だけとなっている。

計算5で得られた経路のもとに、OD交通量をさらに増加し計算を行なっていくと、 $N^{(3)} = 5,000$ 台のとき、OD交通1-4で経路1-2-4(28.8分)に比べて走行時間のもっと短い経路1-3-5-4(27.4分)が出現する。よって、この2本の経路の間に等時間条件式を形成して $N^{(3)}P$ を再配分する。その結果が計算7である。

引続きOD交通量を増大させていくと、 $N^{(4)} = 35,000$ 台で経路5-3-6と経路5-6の間に、 $N^{(5)} = 40,000$ 台で経路2-5-4と経路2-4の間にそれぞれ等時間パターンが追加される。経路2-5-4と経路2-4の間に等時間が成立すると、(b-7)の等時間パターンと重なって、経路1-2-5と経路1-3-5の間にも等時間が成立する(b-11)。このことは、ループ1253の等時間パターンがループ245とループ12453の等時間パターンに対し一次従属であることを示している。

計算11で求められた等時間パターンのもとに、総トリップ数を $N^{(6)} = 60,000$ 台まで増加させると経路3-5と経路3-2-5の間で新たに等時間パターンが成立する。このとき、等時間パターンの追加はループ235だけに着目しても、経路3-5-4と経路3-2-4の間に着目しても行なえる

が、どちらで行なっても他方は同時に成立する。これはさきの (b-11) の等時間パターンの追加のところで述べたと同じように、この2つの等時間パターンは一次独立とはなっていないからである。また、ここで注目すべきことは、計算4で消滅したOD交通3-4の経路3-2-4が再び現われたことである。こうして、 $N^{(6)}P$ のときの等時間原則の解は計算13に示すものとなる。

さらに、この等時間パターンのもとにNが120,000台になるまで計算したところ、等時間パターンはもはや変わらず、そのときの交通量と走行時間は (a-14) のようになった。

ところで、第1次配分法によっては解の得られなかった4.9の例ではNが63,200台であったから、この方法によると等時間パターンは (b-14) のようになることがわかる。このように距離最短経路が交通量によっては選択されない場合もあるので、こうしたことを考えてみても、さきの第1次配分法のままでは等時間原則を満たす経路を見出すことが困難あることが理解されよう。

計算過程において、等時間パターンとカットの数が道路区間の数 (9個) に満たない場合があるのは、等時間パターンが全然含まれていないループ上の道路区間交通量は、最短経路のみしか通らない交通量であるため自明だからである。

つぎに、1例として計算14の等時間条件式とカット条件式を下に示しておく。なお、リンク番号については図-4.15を参照されたい。

等時間条件式

$$\begin{array}{c} \text{等時間パターン} \end{array} \begin{array}{c} \text{リンク} \\ \text{ノード} \end{array} \begin{array}{c} \text{①} \quad \text{②} \quad \text{③} \quad \text{④} \quad \text{⑤} \quad \text{⑥} \quad \text{⑦} \quad \text{⑧} \quad \text{⑨} \end{array} \begin{array}{l} E_1 \left(\begin{array}{cccccccccc} 2.464 & -1.848 & -0.860 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \\ E_2 \left(\begin{array}{cccccccccc} 0 & 0 & 0 & 6.093 & -3.696 & 0 & 0 & -3.220 & 0 \end{array} \right) \\ E_3 \left(\begin{array}{cccccccccc} 0 & 0 & -0.860 & 0 & -3.696 & 2.150 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \\ E_4 \left(\begin{array}{cccccccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2.150 & -1.540 & 0 & 5.416 \end{array} \right) \end{array} \begin{array}{l} \text{①} \left(\begin{array}{c} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \\ X_7 \\ X_8 \\ X_9 \end{array} \right) \end{array}$$

$$= \begin{array}{c} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \end{array} \begin{array}{c} \left(\begin{array}{c} 2 \\ 10 \\ 6 \\ 7 \end{array} \right) \end{array} \quad (4.54)$$

ここで、左辺の最初の行列は $E \hat{A}^*$ で示している。(式(4.47')参照)

カット条件式

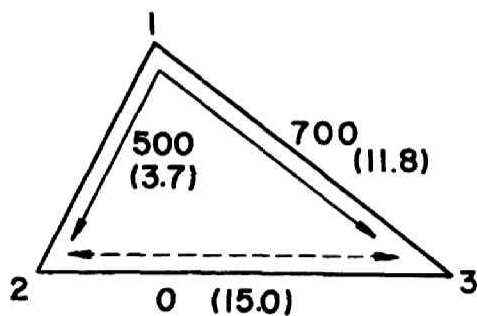
リンク カット	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	
C_1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	① X_1
C_2	1	0	1	0	0	1	0	0	1	② X_2
C_3	0	0	0	1	1	1	0	0	1	③ X_3
C_4	0	0	0	1	0	0	0	1	0	④ X_4
C_5	0	0	0	0	0	0	1	0	1	⑤ X_5
										⑥ X_6
										⑦ X_7
										⑧ X_8
										⑨ X_9

$$= \begin{matrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \\ C_5 \end{matrix} \begin{pmatrix} 42,892 \\ 69,400 \\ 78,144 \\ 48,828 \\ 32,100 \end{pmatrix}$$

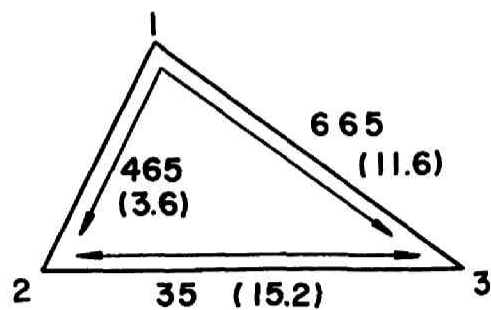
(4. 55)

上の計算例では既存経路の消滅する場合が見出せたが、これをもっとわかり易くするため、単一の三角型道路網でこうした交通量の増大による等時間パターンの変化する例を以下に示しておく。

N = 1,000 台

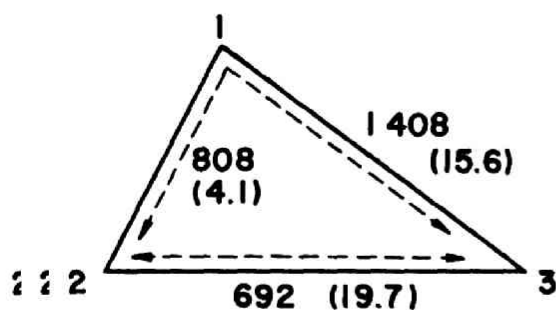


(a - 1) O D 2 - 3 に新規経路 2 - 3 の出現

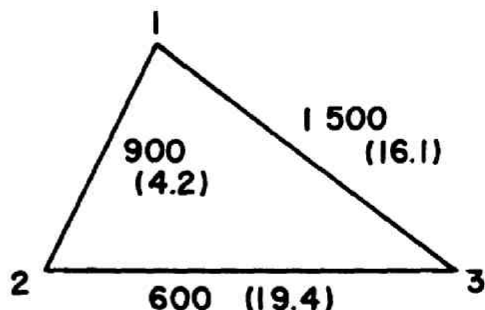


(b - 1) 等時間再配分結果

N = 3,000 台

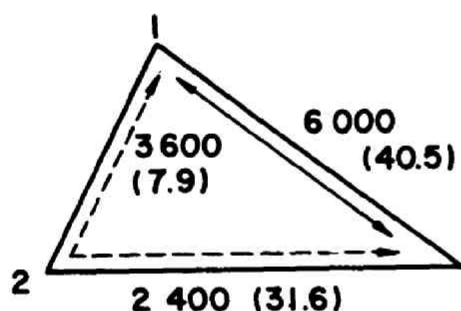


(a-2) 等時間パターンの消滅

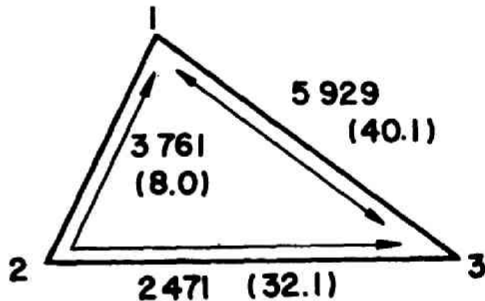


(b-2) 再配分結果

N = 12,000 台



(a-3) OD 1-3 に新規経路 1-2-3 の出現



(b-3) 等時間再配分結果

図-4.26 既存経路の消滅する簡単な例

表-4.9 単位OD表 (三角表)

	1	2	3
1		0.3	0.5
2			0.2
3			

表-4.10 道路定数 a、b

リンク	a ($\times 10^{-3}$ 分/台)	b (分)
1 - 2	1.380	3.0
3 - 3	6.900	15.0
1 - 3	5.416	8.0

図 4. 26の三角型道路網において、表 4. 9のODパターンと表 4.10の道路定数 a , b で配分するとする。

総OD交通量が100台のときは、OD交通1-2は経路1-2、OD交通1-3は経路1-3、OD交通2-3は2-1-3とそれぞれその距離最短経路のみを選択しているが、これが1,000台になるとOD交通2-3については図(a-1)からわかるように、その距離最短経路2-1-3よりも走行時間の短い経路2-3が出現している。よって、この2つの経路に等時間が成立つよう再配分したのが図(b-1)である。つぎに、この等時間パターンのもとに総OD交通量を3,000台まで増加させると、OD交通2-3の距離最短経路2-1-3は消滅しなければならない。なぜなら、このときの各OD交通量はOD交通1-2が900台、OD交通1-3が1,500台、OD交通2-3が600台であり、そして、OD交通1-2、1-3の選択経路はそれぞれ経路1-2、経路1-3のみとなっている。したがって、道路区間12, 13の交通量は少くともそれぞれ900台、1,500台となるはずであるにもかかわらず、図(a-2)の計算結果をみると、道路区間12の交通量は808台、道路区間13の交通量は1,408台となっており、どちらも92台ずつ少なくなっている。これはOD交通2-3の交通量600台が、経路2-1-3にはマイナス92台、経路2-3には692台が流れたからに他ならない。しかし、実際にはこのようなことは起り得ない。よってこの場合、OD交通2-3に対する既存の距離最短経路2-1-3は存在し得ないので消滅させる。つまり、このときのOD交通1-2、1-3、2-3の各選択経路はおのの経路1-2、経路1-3、経路2-3と1本ずつとなる。この結果が図(b-2)である。

さらに総OD交通量を増やし12,000台になると、今度はOD交通1-3に図(a-3)に示すような新たな等時間経路が出現する。よって、この間に等時間条件式を成立させて、これを再配分すると図(b-3)のような結果が得られる。

結局、この例では交通量が增大することによって、等時間原則を満たす等時間パターンは、距離最短経路のみのパターンから図(b-1)、図(b-2)、図(b-3)へと変化していく。

4. 12. 2 逐次パターン変化法¹⁰⁾

カット法では、等時間条件式とカット条件式から成る連立方程式を解くことによって配分計算を行なっていくことはすでに述べたとおりである。しかし、このとき等時間パターン、すなわち、どの経路とどの経路の走行時間が等しいということが既知でなければならない。これはもしそうでなければ、カット方程式を樹立することができないからである。そこで等時間パターンを探索する方法として、前節でODパターンを一定にしたままで交通量を増加させ、そのつど新規経路が出現あるいは消滅するかどうかを検討していくという方法を考えてきた。しかし、ここではその方法を改良し、必ずどこかで等時間パターンが逐次変化するようにそこまで交通量を増やしていくという方法を考える。そのために、いままでの等時間方程式から定数項 b を除いて、等時間経路間の走行時間増が等しいという方程式を用いる。しかし、これもやはり等時間方程式とよぶことにする。以下にその計算方法を示し

ておく。

計算は道路網上に全く交通量が存在しない状態（零フロー時）からはじめる。容量関数における b_{ij} は道路区間 ij に交通量がないとしたときの走行時間を示すものである。そこで、最初に単位 OD 交通量を、この定数 b によってその各最短経路に配分する。そして、そのときの全 OD 区間交通量を $\triangle X_{ij}^{(1)}$ とする。また、この道路区間 ij の $\triangle X_{ij}^{(1)}$ による走行時間増を $\triangle T_{ij}^{(1)}$ とすると、 $\triangle T_{ij}^{(1)}$ は式 (4.5) からつぎのように示される。

$$\triangle T_{ij}^{(1)} = a_{ij} \triangle X_{ij}^{(1)} \quad (4.56)$$

また、 $\triangle X_{ij}^{(1)}$ による OD 交通 k の最短経路 μ_k^* の走行時間増は $\sum_{ij \in \mu_k^*} \triangle T_{ij}^{(1)}$ で与えられる。ここで μ_k^* はいま最初の計算段階であるから最短経路としたが、一般的な計算段階では、すでに決定されている OD 交通 k の等時間経路のうちのどれかを指す。

ところで、OD 交通 k に関して、走行時間増が経路 μ_k^* のそれより小さい経路、すなわち、

$$\sum_{ij \in \mu_\lambda^k} \triangle T_{ij}^{(1)} < \sum_{ij \in \mu_k^*} \triangle T_{ij}^{(1)} \quad (4.57)$$

なる経路 μ_λ^k が存在すれば、さきの各 OD 交通の経路を固定したままで単位 OD 交通量を何倍かしていくと、この両経路の走行時間は逆転する。つまり、さきの最短経路よりも走行時間の短い経路が出現することになる。このことから、次式を満たす θ_λ^k が存在することは明らかである。この式の示す意味は、既存経路を固定して単位 OD 交通量を θ_λ^k 倍すれば、経路 μ_λ^k と経路 μ_k^* の走行時間が等しくなるとことを示している。

$$\sum_{ij \in \mu_\lambda^k} (\theta_\lambda^k \triangle T_{ij}^{(1)} + b_{ij}) = \sum_{ij \in \mu_k^*} (\theta_\lambda^k \triangle T_{ij}^{(1)} + b_{ij}) \quad (4.58)$$

そうすると、各 OD 交通の既存経路より走行時間の短い経路が最初に出現するのは、当然のことながら、次式で示される最小な θ_λ^k をもつ経路 μ_λ^k である。

$$\begin{aligned} \theta^{(1)} &= \min_{k, \lambda} \theta_\lambda^k \\ &= \min_{k, \lambda} \frac{\sum_{ij \in \mu_k^*} b_{ij} - \sum_{ij \in \mu_\lambda^k} b_{ij}}{\sum_{ij \in \mu_\lambda^k} \triangle T_{ij}^{(1)} - \sum_{ij \in \mu_k^*} \triangle T_{ij}^{(1)}} \end{aligned} \quad (4.59)$$

そのときの道路区間 ij の交通量 $X_{ij}^{(1)}$ 、走行時間 $T_{ij}^{(1)}$ は以下ようになる。

$$X_{ij}^{(1)} = \theta^{(1)} \triangle T_{ij}^{(1)} + X_{ij}^{(0)} \quad (4.60)$$

$$T_{ij}^{(1)} = \theta^{(1)} \triangle T_{ij}^{(1)} + T_{ij}^{(0)} \quad (4.61)$$

ただし, $X_{ij}^{(0)} = 0$, $T_{ij}^{(0)} = b_{ij}$ である。このようにして, まず最初の等時間パターンと, そのときの交通量および走行時間が求められる。

以後, 一般的な計算段階 ν では, すでに決定された等時間パターンのもとに, 定数項 b を除去した等時間条件式と, これに対応する一次独立なカット条件式を用いて単位 OD 交通量を配分し, 各道路区間の交通増加量 $\Delta X_{ij}^{(\nu)}$ と走行時間増加量 $\Delta T_{ij}^{(\nu)}$ を求める。そして, さきと同じようにして, 走行時間増分が既存等時間経路のそれに較べて小さい経路を探索し, それらのうちで式 (4.58) に対応する θ_{λ}^k が最小なる経路を新たな等時間経路として付加える。このときの各道路区間の交通量と走行時間はつぎのように求められる。

$$X_{ij}^{(\nu)} = \theta^{(\nu)} \Delta X_{ij}^{(\nu)} + X_{ij}^{(\nu-1)} \quad (4.62)$$

$$T_{ij} = \theta^{(\nu)} \Delta T_{ij}^{(\nu)} + T_{ij}^{(\nu-1)} \quad (4.63)$$

ただし,

$$\begin{aligned} \theta^{(\nu)} &= \min_{k, \lambda} \theta_{\lambda}^k \\ &= \frac{\sum_{ij \in \mu_0} T_{ij}^{(\nu-1)} - \sum_{ij \in \mu_{\lambda}^k} T_{ij}^{(\nu-1)}}{\sum_{ij \in \mu_{\lambda}^k} \Delta T_{ij}^{(\nu)} - \sum_{ij \in \mu_0} \Delta T_{ij}^{(\nu)}} \end{aligned} \quad (4.64)$$

この計算は, OD 交通量が所定の交通量に達するまで続けられ, 最後の計算段階では比例配分によって所定の OD 交通量に一致させればよい。これが解となる。

ところで, この各計算段階においては, 道路区間の交通量および増分交通量がたとえすべて非負であっても, 常につぎの検討を行なっておく必要がある。というのは, カット法の計算では $X_{ij}^{(\nu)}, \Delta X_{ij}^{(\nu)}$ がどのような OD 交通から構成されているかは問題にしていなかったため, その考慮が別に必要となってくるからである。ここで, $X_{ij}^{*(\nu)}$ を, 段階 ν の道路区間 ij を通る交通のうち, 当区間がなければトリップできない交通量, いいかえると, OD 交通量の全部が当区間を通るという OD 交通についての合計交通量, 同じく $\Delta X_{ij}^{*(\nu)}$ をその増分交通量とする。そうすれば, $X_{ij}^{(\nu)}$ は必ず $X_{ij}^{*(\nu)}$ 以上でなければならない。これが満たされているとき, X_{ij} は実行可能解となっている。しかし, 等時間条件式とカット

$$X_{ij}^{(\nu)} \geq X_{ij}^{*(\nu)} \quad (4.65)$$

条件式から得られる $\Delta X_{ij}^{(\nu)}$ が常に $\Delta X_{ij}^{*(\nu)}$ を上回っている保証は何もない。新たに単位 OD 交通を配分したとき, もし $\Delta X_{ij}^{(\nu)}$ が $\Delta X_{ij}^{*(\nu)}$ より小であれば, 等時間原則を満足するためには, 道路区間 ij の既存配分交通量のうち $(\Delta X_{ij}^{*(\nu)} - \Delta X_{ij}^{(\nu)})$ の交通量を他の経路に流し変えねばならないことを意味してい

る。このとき、流し変えのできる交通量はせいぜい $(X_{ij}^{(\nu-1)} - X_{ij}^{*(\nu-1)})$ までであることはいうまでもない。ここに、 $(X_{ij}^{(\nu-1)} - X_{ij}^{*(\nu-1)})$ なる交通量は、段階 $\nu-1$ における道路区間 ij 上の交通のうち、当区間を経由する経路以外にも経路を有するという OD 交通についての合計交通量である。したがって、この場合 $(X_{ij}^{(\nu-1)} - X_{ij}^{*(\nu-1)})$ が零になるまで単位 OD 交通量を増やしてよい。このときの単位 OD 交通量の増分を $\theta_{ij}^{*(\nu)}$ とすると、次式で示される。

$$\theta_{ij}^{*(\nu)} = \frac{X_{ij}^{(\nu-1)} - X_{ij}^{*(\nu-1)}}{\Delta X_{ij}^{*(\nu)} - X_{ij}^{(\nu)}} \quad (4.66)$$

$\Delta X_{ij}^{*(\nu)}$ より小さい $\Delta X_{ij}^{(\nu)}$ がいくつか存在するときは、そのうちで最小なる $\theta_{ij}^{*(\nu)}$ まで単位 OD 交通量を増やして、この道路区間 ij を含む等時間パターンを消滅させる。

$$\begin{aligned} \theta^{*(\nu)} &= \min_{ij} \theta_{ij}^{*(\nu)} \\ &= \min_{ij} \frac{X_{ij}^{(\nu-1)} - X_{ij}^{*(\nu-1)}}{\Delta X_{ij}^{*(\nu)} - \Delta X_{ij}^{(\nu)}} \end{aligned} \quad (4.67)$$

そのときの各道路区間の交通量および走行時間は式 (4.62), (4.63) において、 $\theta^{(\nu)}$ の代わりに $\theta^{*(\nu)}$ とすればよい。なお、 $\Delta X_{ij}^{(\nu)}$ が負で出てきた場合も式 (4.67) はそのまま通用する。このように等時間パターンが逐次変化するよう各計算段階で単位 OD 交通量を $\theta^* = \min(\theta^{(\nu)}, \theta^{*(\nu)})$ 倍ずつ上積みして配分計算を進めていく。この計算のフローチャートは図-4.27 に示す。

4.12.4 逐次パターン変化法による計算例

ここでは上で述べてきた計算方法を例題で示しておく。例題 1 は、交通量が増えても等時間パターンが消滅することのない簡単な例であり、例題 2 は、等時間パターンの消滅する簡単な例である。また、例題 3 は、一般型道路網での配分計算である。

例題 1

図-4.28 (a) の道路網に表-4.11 の OD 交通量を配分してみる。容量関数は線型で、その定数 a と b の値は表-4.12 に示してある。また、単位 OD 表は表-4.13 のように得られる。

段階 1 まず、零フロー時における各道路区間の走行時間は b_{ij} そのものであり、この状態のもとに単位 OD 表を各最短経路に配分すると、各道路区間の増分交通量および増分走行時間はつぎのようになる。

$$\begin{aligned} \Delta X_{12}^{(1)} &= 0.3333 & \Delta T_{12}^{(1)} &= 2.1946 \times 10^{-3} \\ \Delta X_{13}^{(1)} &= 0.1388 & \Delta T_{13}^{(1)} &= 0.1125 \times 10^{-3} \\ \Delta X_{23}^{(1)} &= 0.16667 & \Delta T_{23}^{(1)} &= 0.0900 \times 10^{-3} \\ \Delta X_{24}^{(1)} &= 0.19444 & \Delta T_{24}^{(1)} &= 0.2100 \times 10^{-3} \end{aligned}$$

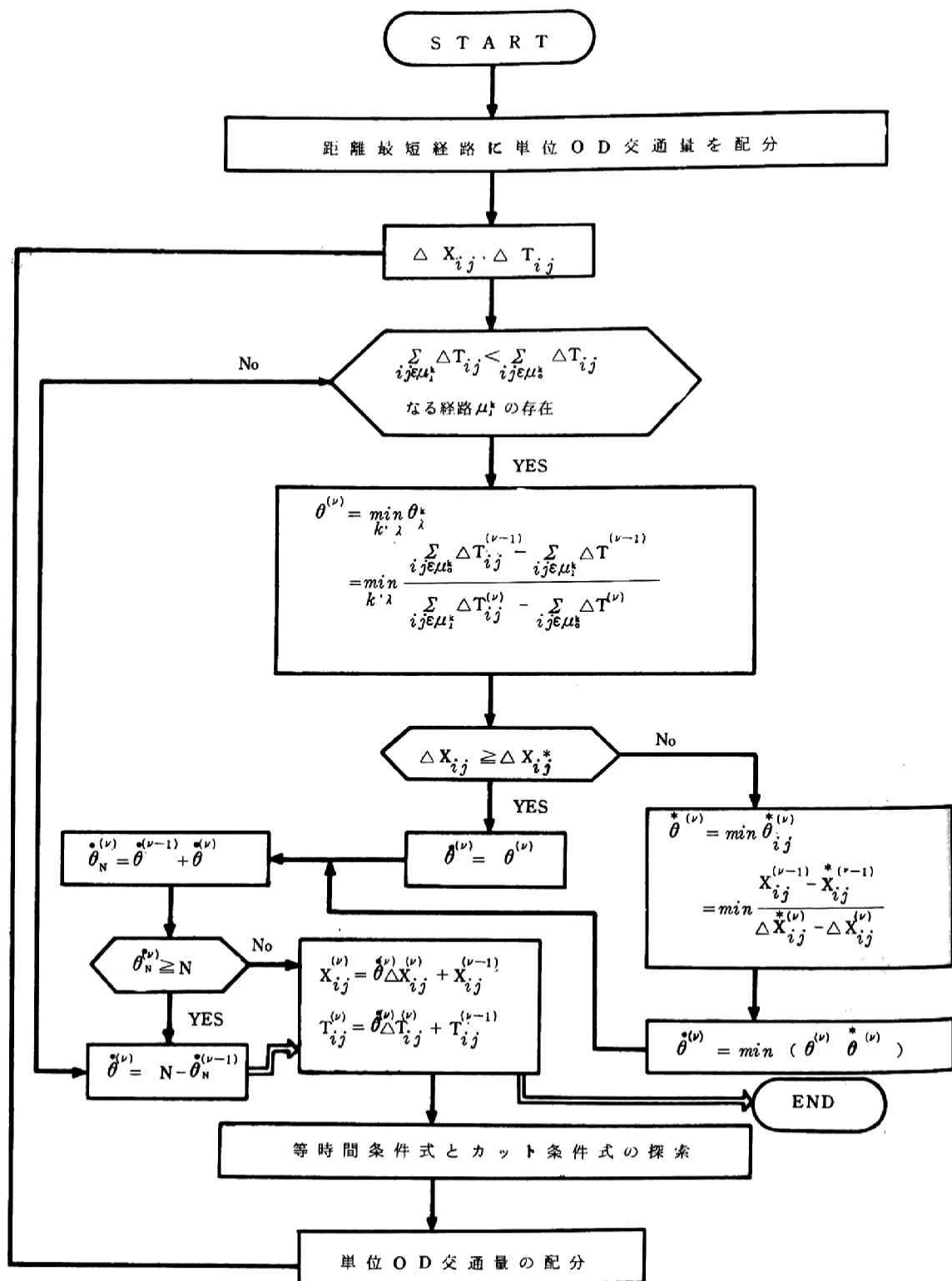
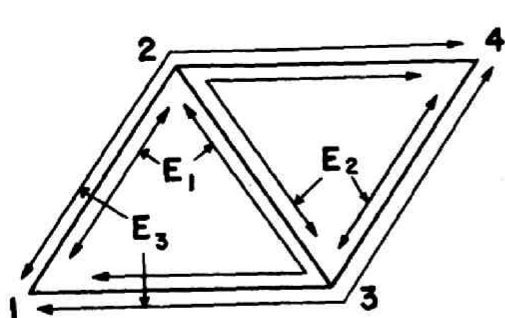
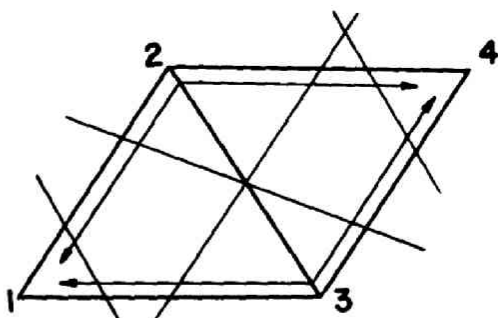


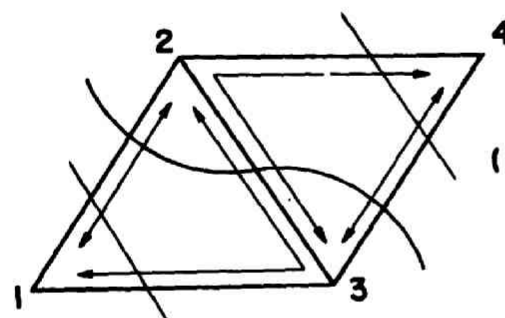
図-4.27 逐次パターン変化法による計算の手順



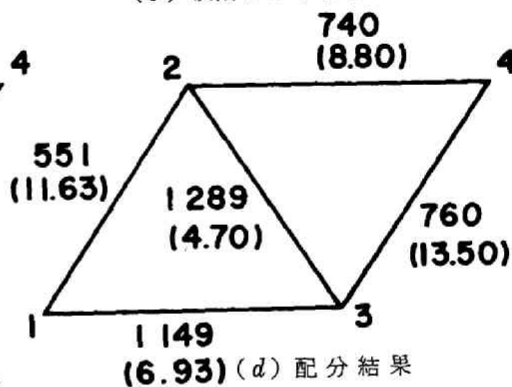
(a) 等時間パターン



(b) 段階2の等時間パターンとカット



(c) 段階3の等時間パターンとカット



(d) 配分結果

図-4.28 逐次パターン変化法による計算例
例題1

単位 交通量：台
走行時間：分
()内は走行時間

表-4.11 OD交通量(例題1)

1	2	3	4	θ	θ
-	1,000	500	200	1	
	-	600	500	2	
		-	800	3	
			-	4	

表-4.12 道路定数 a b の値

道路区間	$a(\times 10^{-3}$ 分/台)	b (分)
1 - 2	6.584	8.0
1 - 3	0.810	6.0
2 - 3	0.540	4.0
2 - 4	1.080	8.0
3 - 4	4.600	10.0

表-4.13 単位OD表(例題1)

1	2	3	4	O/D
-	0.27777	0.13888	0.05555	1
	-	0.16666	0.13888	2
		-	0.22222	3
			-	4

$$\Delta X_{34}^{(1)} = 0.22222 \quad \Delta T_{34}^{(1)} = 1.0200 \times 10^{-3}$$

これらはカット条件式だけから成る連立方程式によっても求められるが、そうするまでもなく自明の解である。ここで、OD交通1-2に関しては、既存経路1-2の走行時間の増分よりも経路1-3-2のそれの方が小さい。OD交通1-4についても同じことがいえる。この経路間の等時間パターンを E_1 とすると、 θ_1^{1-2} あるいは θ_1^{1-4} は

$$\begin{aligned} \theta_1^{1-2} (= \theta_1^{1-4}) &= \frac{(b_{13} + b_{23}) - b_{12}}{\Delta T_{12}^{(1)} - (\Delta T_{13}^{(1)} + \Delta T_{23}^{(1)})} \\ &= \frac{10.0 - 8.0}{(2.1946 - 0.2025) \times 10^{-3}} = 1004.0 \end{aligned}$$

となる。同様にして、OD交通3-4に関する既存経路3-4と新規経路3-2-4、OD交通1-4に関する既存経路1-2-4と新規経路1-3-4の間の等時間パターンをそれぞれ E_2 、 E_3 とすると、 θ_1^{3-4} と θ_2^{1-4} はつぎのように求められる。

$$\begin{aligned} \theta_1^{3-4} &= \frac{(b_{23} + b_{24}) - b_{34}}{\Delta T_{34}^{(1)} - (\Delta T_{23}^{(1)} + \Delta T_{24}^{(1)})} \\ &= \frac{12.0 - 10.0}{(1.0200 - 0.3000) \times 10^{-3}} = 2769.3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta_2^{1-4} &= \frac{(b_{13} + b_{34}) - (b_{12} + b_{24})}{(\Delta T_{12}^{(1)} + \Delta T_{24}^{(1)}) - (\Delta T_{13}^{(1)} + \Delta T_{34}^{(1)})} \\ &= \frac{16.0 - 16.0}{(2.4046 - 1.1347) \times 10^{-3}} = 0 \end{aligned}$$

よって

$$\begin{aligned} \theta^{(1)} &= \min (\theta_1^{1-2} (= \theta_1^{1-4}), \theta_1^{3-4}, \theta_2^{1-4}) \\ &= \theta_2^{1-4} \\ &= 0 \end{aligned}$$

であるから、最初に等時間パターン E_3 が成立することになる。こうして段階1における各道路区間の交通量と走行時間は、式(4.60)と式(4.61)から以下ようになる。

$$\begin{array}{ll} X_{12}^{(1)} = 0 \text{ 台} & T_{12}^{(1)} = 8.0 \text{ 分} \\ X_{13}^{(1)} = 0 \text{ 台} & T_{13}^{(1)} = 6.0 \text{ 分} \\ X_{23}^{(1)} = 0 \text{ 台} & T_{23}^{(1)} = 8.0 \text{ 分} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} X_{24}^{(1)} = 0 \text{ 台} & T_{24}^{(1)} = 8.0 \text{ 分} \\ X_{34}^{(1)} = 0 \text{ 台} & T_{34}^{(1)} = 10.0 \text{ 分} \end{array}$$

段階 2 いま等時間パターン E_3 が得られたので、この状態 (図-4, 28(a)) のもとに単位 OD 交通量を配分すると、各道路区間の $\Delta X_{ij}^{(2)}$ および $\Delta T_{ij}^{(2)}$ はつぎの連立方程式によって求められる。

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 6,584 & -0.810 & 0 & 1.080 & -4.600 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X_{12}^{(2)} \\ \Delta X_{13}^{(2)} \\ \Delta X_{23}^{(2)} \\ \Delta X_{24}^{(2)} \\ \Delta X_{34}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.47222 \\ 0.41667 \\ 0.72222 \\ 0.50000 \\ 0 \end{bmatrix} \left. \begin{array}{l} \text{カット条件式} \\ \text{等時間条件式} \end{array} \right\}$$

これより

$$\begin{array}{ll} \Delta X_{12}^{(2)} = 0.23619 & \Delta T_{12}^{(2)} = 1.5551 \times 10^{-3} \\ \Delta X_{13}^{(2)} = 0.23602 & \Delta T_{13}^{(2)} = 0.1911 \times 10^{-3} \\ \Delta X_{23}^{(2)} = 0.16667 & \Delta T_{23}^{(2)} = 0.0900 \times 10^{-3} \\ \Delta X_{24}^{(2)} = 0.09730 & \Delta T_{24}^{(2)} = 0.1050 \times 10^{-3} \\ \Delta X_{34}^{(2)} = 0.31935 & \Delta T_{34}^{(2)} = 1.4690 \times 10^{-3} \end{array}$$

段階 1 と同様にして、つぎに生起する等時間パターンを探索するが、このとき対象となる等時間パターンは E_1 と E_2 である。しかし、 E_1 が成立すれば同時に E_2 も成立する。このことはすなわち、等時間パターン E_1 、 E_2 、 E_3 のうち一次独立なるものは 2 個であることを示す。よって

$$\theta_1^{1-2} = \frac{10.0 - 8.0}{(1.5551 - 0.2811) \times 10^{-3}} = 1569.9 = \theta^{(2)}$$

あるいは

$$\theta_2^{1-4} = \frac{12.0 - 10.0}{(1.4690 - 0.1950) \times 10^{-3}} = 1569.9 = \theta^{(2)}$$

したがって、式 (4.62)、(4.63) から $X_{ij}^{(2)}$ および $T_{ij}^{(2)}$ はつぎのように求められる。

$$\begin{array}{ll} X_{12}^{(2)} = 371 \text{ 台} & T_{12}^{(2)} = 10.4 \text{ 分} \\ X_{13}^{(2)} = 371 \text{ 台} & T_{13}^{(2)} = 6.3 \text{ 分} \\ X_{23}^{(2)} = 262 \text{ 台} & T_{23}^{(2)} = 4.1 \text{ 分} \\ X_{24}^{(2)} = 153 \text{ 台} & T_{24}^{(2)} = 8.2 \text{ 分} \\ X_{34}^{(2)} = 501 \text{ 台} & T_{34}^{(2)} = 12.3 \text{ 分} \end{array}$$

段階3 同様に、図-4、28(c)に示す等時間パターンとカットから、単位OD表に対する各道路区間の交通量増分と走行時間増分は以下のように求まる。

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 6.584 & -0.810 & 0 & 1.080 & -4.600 \\ 6.584 & -0.810 & -0.540 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta X_{12}^{(3)} \\ \Delta X_{13}^{(3)} \\ \Delta X_{23}^{(3)} \\ \Delta X_{24}^{(3)} \\ \Delta X_{34}^{(3)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.47222 \\ 0.41667 \\ 0.72222 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \left. \begin{array}{l} \text{カット条件式} \\ \text{等時間条件式} \end{array} \right\}$$

上の連立方程式から

$$\begin{aligned} \Delta X_{12}^{(3)} &= 0.08869 & \Delta T_{12}^{(3)} &= 0.5840 \times 10^{-3} \\ \Delta X_{13}^{(3)} &= 0.38352 & \Delta T_{13}^{(3)} &= 0.3107 \times 10^{-3} \\ \Delta X_{23}^{(3)} &= 0.50617 & \Delta T_{23}^{(3)} &= 0.2733 \times 10^{-3} \\ \Delta X_{24}^{(3)} &= 0.28931 & \Delta T_{24}^{(3)} &= 0.3125 \times 10^{-3} \\ \Delta X_{34}^{(3)} &= 0.12735 & \Delta T_{34}^{(3)} &= 0.5858 \times 10^{-3} \end{aligned}$$

となる。この段階では、もはや既存経路の走行時間の増分よりも小さい他の経路は存在しないので、段階2で決定された等時間パターンが最終的なものとなる。そこで、総OD交通量が与えられた交通量と等しくなるように比例配分して増分しておく。すなわち、

$$\theta = 3,600 - 1569.9 = 2030.1$$

を用いて、式(4.62)、(4.63)から配分結果は以下ようになる(図-4、28(d))

$$\begin{aligned} X_{12} &= 551 \text{ 台} & T_{12} &= 11.63 \text{ 分} \\ X_{13} &= 1,149 \text{ 台} & T_{13} &= 6.93 \text{ 分} \\ X_{23} &= 1,289 \text{ 台} & T_{23} &= 4.70 \text{ 分} \\ X_{24} &= 740 \text{ 台} & T_{24} &= 8.80 \text{ 分} \\ X_{34} &= 760 \text{ 台} & T_{34} &= 13.50 \text{ 分} \end{aligned}$$

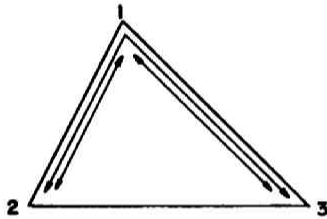
例題2

さきの4.12.2で示した例、すなわち、図-4、26の道路網、表-4、8のODパターン、表-4、9の道路定数をそのまま用いることにする。

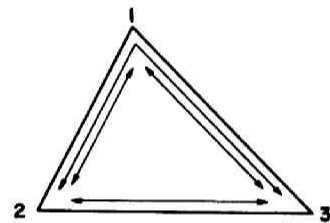
段階1 零フロー時のときのOD交通1-2、1-3および2-3の各最短経路は図-4、29の(a-1)に示すように、それぞれ経路1-2、経路1-3および経路2-1-3である。よって、各道路区間の単位OD交通量に対する交通量増分と走行時間増分は以下に示すとおりとなる。

(図(b-1))。

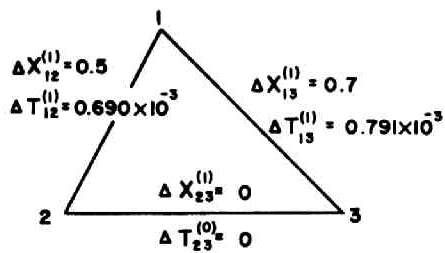
$$\begin{aligned} \Delta X_{12}^{(1)} &= 0.500 & \Delta T_{12}^{(1)} &= 0.690 \times 10^{-3} \\ \Delta X_{13}^{(1)} &= 0.700 & \Delta T_{13}^{(1)} &= 0.791 \times 10^{-3} \end{aligned}$$



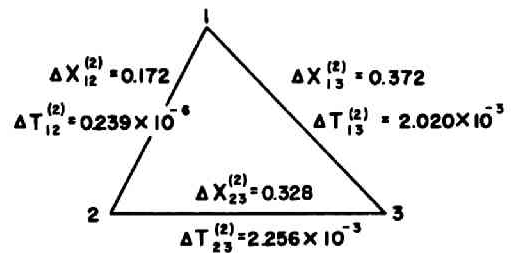
(a-1) 各OD交通の距離最短経路



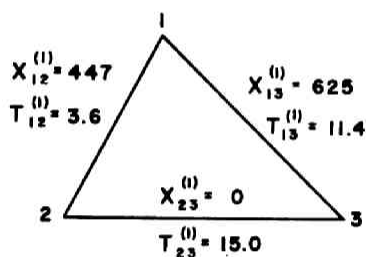
(a-2) OD交通 2-3 に新規経路 2-3 の出現



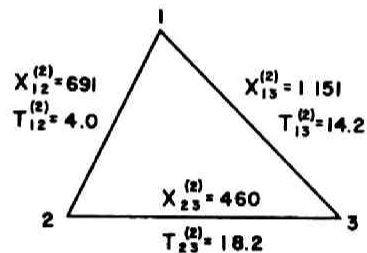
(b-1) 単位OD交通量による各道路区間の交通量と走行時間の増分 ΔX_{ij} , ΔT_{ij}



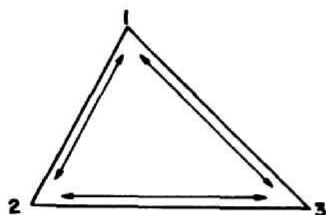
(b-2) 上の経路パターンで単位OD交通量を等時間配分したときの ΔX_{ij} , ΔT_{ij}



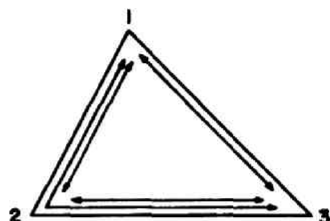
(c-1) 新たな経路が出現する状態



(c-2) OD交通 2-3 の経路 2-1-3 が消滅する状態

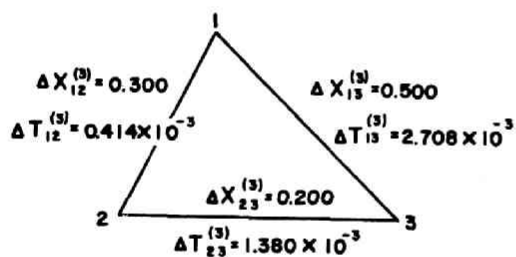


(a-3) OD交通 2-3 の経路 2-1-3 の消滅

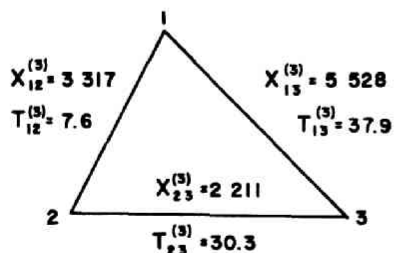


(a-4) OD交通 1-3 に新規経路 1-2-3 の出現

注 単位OD交通量を等時間配分するとき、定数bを省いて行なう。



(b-3) 上の経路パターンで単位OD交通量を等時間配分したときの ΔX_{ij} , ΔT_{ij}



(c-3) OD交通 1-3 に新たな経路 1-2-3 が出現する状態

図-4.29 逐次パターン変化法による例題2

$$\Delta X_{23}^{(1)} = 0.0 \quad \Delta T_{23}^{(1)} = 0.0$$

このとき、OD交通 2-3 に関しては既存経路 2-1-3 の走行時間の増分よりも、経路 1-2 のそれの方が小さい。よって、総OD交通量の増分 $\theta^{(1)}$ は

$$\begin{aligned} \theta^{(1)} &= \theta^{1-2} = \frac{b_{23} - (b_{12} + b_{13})}{(\Delta T_{12}^{(1)} + \Delta T_{13}^{(1)}) - \Delta T_{23}^{(1)}} \\ &= \frac{4.0}{4.481 \times 10^{-3}} = 893 \end{aligned}$$

となる。これから段階 1 における交通量と走行時間はつぎのように求められる（図(c-1)）。

$$\begin{array}{ll} X_{12}^{(1)} = 447 \text{ 台} & T_{12}^{(1)} = 3.6 \text{ 分} \\ X_{13}^{(1)} = 625 \text{ 台} & T_{13}^{(1)} = 11.4 \text{ 分} \\ X_{23}^{(1)} = 0 \text{ 台} & T_{23}^{(1)} = 15.0 \text{ 分} \end{array}$$

段階 2 図(a-2)の等時間パターンのもとに単位OD交通量を配分すると、つぎに示す連立方程式によって、 $\Delta X_{ij}^{(2)}$ と $\Delta T_{ij}^{(2)}$ は下のように求められる。

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1,380 & 5,416 & -6,900 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X_{12}^{(2)} \\ \Delta X_{13}^{(2)} \\ \Delta X_{23}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.500 \\ 0.700 \\ 0.0 \end{bmatrix}$$

よって、

$$\begin{array}{ll} \Delta X_{12}^{(2)} = 0.172 & \Delta T_{12}^{(2)} = 0.239 \times 10^{-3} \\ \Delta X_{13}^{(2)} = 0.372 & \Delta T_{13}^{(2)} = 2.020 \times 10^{-3} \\ \Delta X_{23}^{(2)} = 0.328 & \Delta T_{23}^{(2)} = 2.256 \times 10^{-3} \end{array}$$

このとき、道路区間 ij を通らなければトリップできない交通量は、

$$\begin{array}{ll} \Delta X_{12}^{*(2)} = 0.300 \\ \Delta X_{13}^{*(2)} = 0.500 \\ \Delta X_{23}^{*(2)} = 0.0 \end{array}$$

である。すなわち、道路区間12においてOD交通量のすべてが通っているOD交通はOD 1-2であり、道路区間 1-3 においてはOD 1-3 である。ところで、

$$\begin{array}{ll} \Delta X_{12}^{(2)} < \Delta X_{12}^{*(2)} \\ \Delta X_{13}^{(2)} < \Delta X_{13}^{*(2)} \end{array}$$

であるから、式(4.65)に反している。したがって、単位OD交通量を配分すると、

$$\Delta X_{12}^{*(2)} - \Delta X_{12}^{(2)} \text{ あるいは } \Delta X_{13}^{*(2)} - \Delta X_{13}^{(2)}$$

だけ、道路区間 12 と道路区間 13 の交通量は減じられることになる。

減じることのできる限界交通量は、

$$X_{12}^{(1)} - X_{12}^{*(1)} = 447 - 893 \times 0.300 = 179$$

であるから、この段階で増分できる交通量は

$$\begin{aligned}\theta^{(2)} &= \frac{X_{12}^{(1)} - X_{12}^{*(1)}}{\Delta X_{12}^{*(2)} - \Delta X_{12}^{(2)}} \\ &= \frac{447 - 268}{0.300 - 0.173} = 1409\end{aligned}$$

となる。この例では、道路区間23で行なっても同じ値が得られる。よって、各道路区間の交通量と走行時間は以下ようになる（図（c-2））。

$$\begin{array}{ll} X_{12}^{(2)} = 691 \text{ 台} & T_{12}^{(2)} = 4.0 \text{ 分} \\ X_{13}^{(2)} = 1,151 \text{ 台} & T_{13}^{(2)} = 14.2 \text{ 分} \\ X_{23}^{(2)} = 460 \text{ 台} & T_{23}^{(2)} = 18.2 \text{ 分} \end{array}$$

段階3 この段階では再びどのOD交通も選択経路はただ1本となる（図（a-3））。とくに、OD交通2-3については最初の経路2-1-3が消滅して、経路2-3のみとなっている。したがって、単位OD交通量に対する交通量増分と走行時間増分は下のようになる（図（b-3））。

$$\begin{array}{ll} \Delta X_{12}^{(3)} = 0.300 & \Delta T_{12}^{(3)} = 0.414 \times 10^{-3} \\ \Delta X_{13}^{(3)} = 0.500 & \Delta T_{13}^{(3)} = 2.708 \times 10^{-3} \\ \Delta X_{23}^{(3)} = 0.200 & \Delta T_{23}^{(3)} = 1.380 \times 10^{-3} \end{array}$$

このとき、選択している経路以外で走行時間増分のより小さい経路は、OD交通1-3の経路1-2-3である。よって、この段階での増分交通量は、

$$\begin{aligned}\theta^{(3)} &= \frac{(T_{12}^{(2)} + T_{23}^{(2)}) - T_{13}^{(2)}}{\Delta T_{13}^{(3)} - (\Delta T_{12}^{(3)} + \Delta T_{23}^{(3)})} \\ &= \frac{22.2 - 14.2}{(2.708 - 1.794) \times 10^{-3}} = 8,753\end{aligned}$$

となり、そのときの道路区間の交通量と走行時間は以下のようになる（図（c-3））。

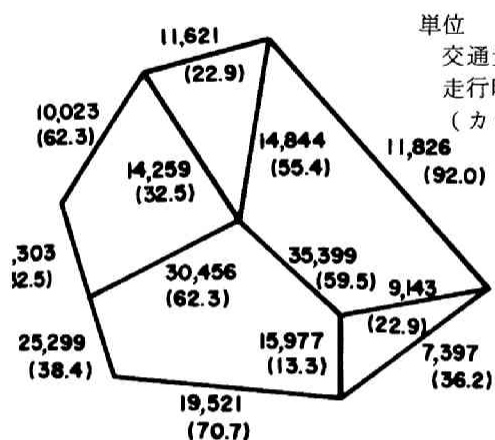
$$\begin{array}{ll} X_{12}^{(3)} = 3,317 \text{ 台} & T_{12}^{(3)} = 7.6 \text{ 分} \\ X_{13}^{(3)} = 5,528 \text{ 台} & T_{13}^{(3)} = 37.9 \text{ 分} \\ X_{23}^{(3)} = 2,211 \text{ 台} & T_{23}^{(3)} = 30.3 \text{ 分} \end{array}$$

そして、この段階以後の等時間パターンは図（a-4）のようになる。

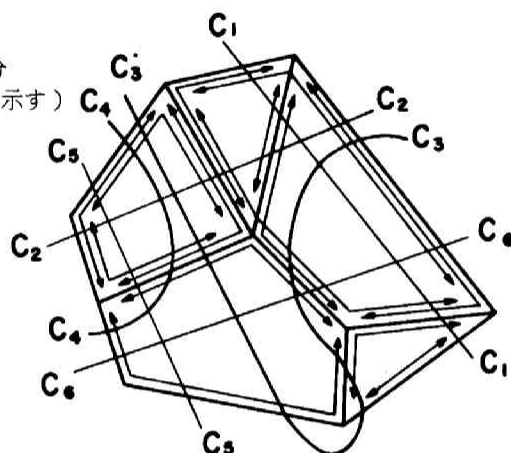
例題3

図-4. 30 の一般型道路網で、表-4. 14 のODパターンと表-4. 15の道路定数のもとに、

N = 120,000 台



単位
交通量：台
走行時間：分
(カッコ内に示す)



(a) 各道路区間の交通量と走行時間

(b) 等時間パターンとカット

図-4.30 逐次パターン変化法による例題3の結果

表-4.14 単位OD表(例題3)

1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0.0268	0.01460	0.02190	0.04161	0.01094	0.03796	0.02335	0.04964
2		0.01095	0.03357	0.01825	0.05182	0.03942	0.00876	0.03357
3			0.00657	0.03139	0.00949	0.01241	0.01606	0.02189
4				0.06350	0.00584	0.01898	0.02409	0.02993
5					0.05401	0.06934	0.04599	0.04037
6						0.02774	0.03577	0.02044
7							0.00803	0.01314
8								0.02190
9								

表-4.15 道路定数の値(例題3)

リンク	$a(\times 10^{-3} \text{ 分/台})$	$b(\text{分})$
1 - 2	1.540	5
2 - 3	5.416	8
3 - 4	1.864	4
4 - 6	1.398	3
6 - 8	3.080	10
8 - 9	3.948	7

1 - 9	6.768	12
1 - 5	3.262	7
2 - 5	1.720	8
4 - 5	1.848	6
5 - 7	1.540	5
7 - 8	0.645	3
7 - 9	1.848	6

総OD交通量が120,000台になるまで配分を行なってみた。その結果を示したのが図-4. 30(a)である。そして、そのときの等時間パターンとこれに対応する1次独立なカットは図(b)に示してある。等時間パターンの出現してくる順番は図-4. 31に示してある。

この例によって、一般型道路網でも上で述べてきた方法を用いることによって配分計算は実行可能であることがわかる。

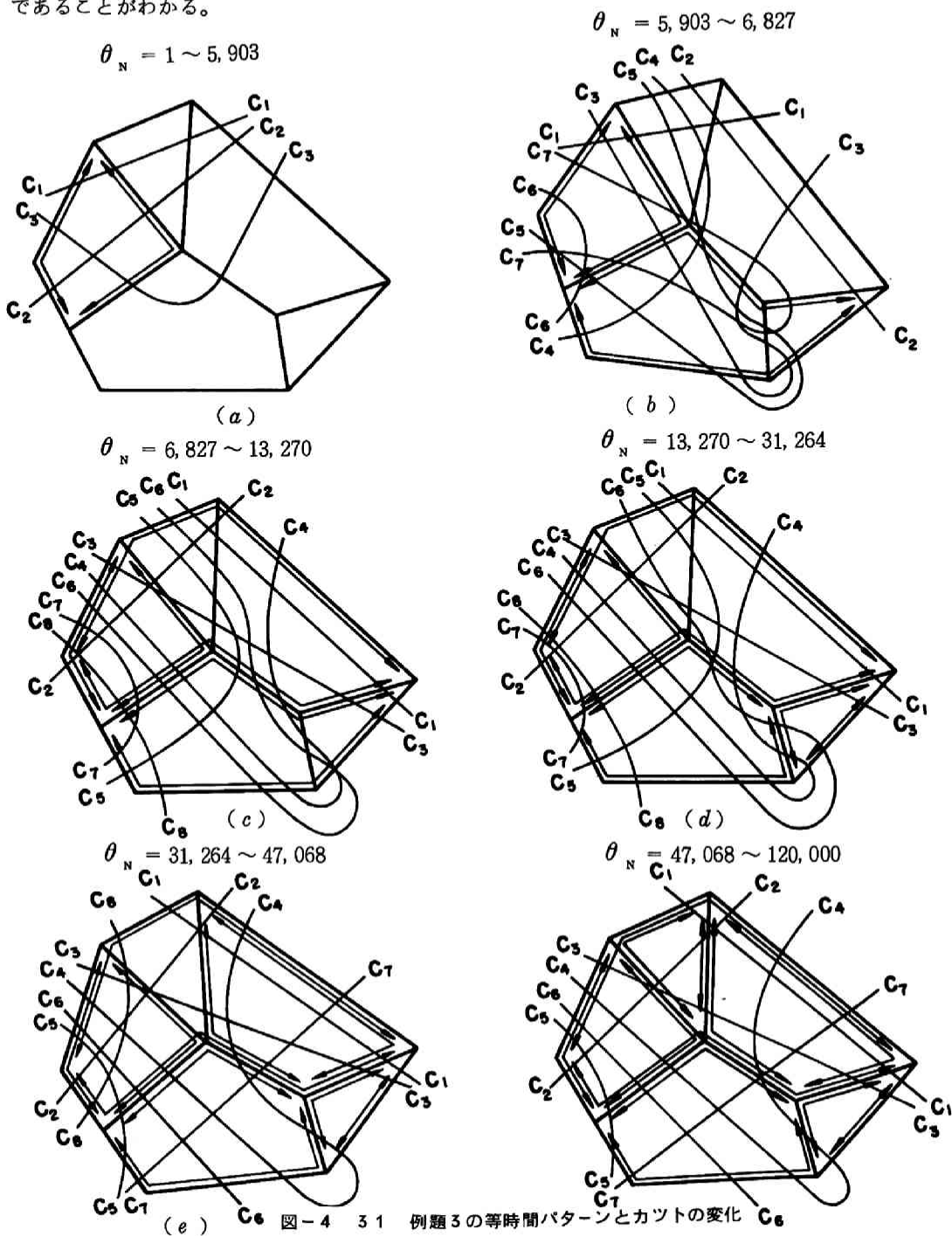


図-4 31 例題3の等時間パターンとカットの変化

4. 13 容量関数が非線型の場合の計算法

いままでは容量関数がすべて1次式であると仮定して議論を進めてきた。しかし、現実には図-4.32に示すごとく、交通量がある程度増大するとその走行時間が急激に増大するといった非線型曲線となっている。すなわち、ある道路区間の交通量があまり増えてくるとその走行速度は著しく低下してくるため、以後発生する交通量はその道路区間を選択することは必然的に抑制されて、別な他の経路に迂回せざるを得なくなってくる。容量関数は、もともとこうした容量の概念を表わそうとするものなので、より現実的なモデルにしていくためにも、容量関数を非線型で取扱うことは是非とも必要である。以下にその場合の計算方法を示しておく。

容量関数が非線型のままだと配分計算を行なうことはきわめて困難である。そのため、ここでは容量曲線を図-4.32のように折線で近似することにする。こうしておけば、いままで述べてきたカット法による一定増分法あるいは逐次パターン変化法はいずれもそのまま有効に使えることになる。

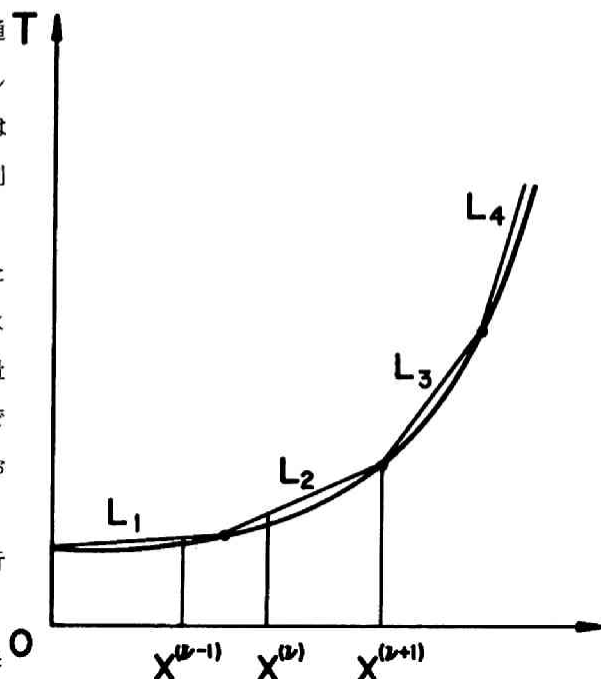


図-4.32 非線型容量曲線の折線による線型近似

一定増分法では、漸次交通量を増やしていく段階で、ある道路区間の配分交通量がいま計算に用いた折線部分に相当する交通量の範囲からはみ出したとき、この折線部分をその配分交通量に対応する折線部分と取換えて計算を進めていく。たとえば、図-4.32において計算段階 $\nu-1$ で道路区間 i,j の交通量 $X_{ij}^{(\nu-1)}$ が求まっているとすると、計算段階 ν の容量関数は折線 L_1 を用いる。そして、求まる交通量 $X^{(\nu)}$ が折線 L_1 に相当する交通量の範囲外にはみ出ていると、次の計算段階 $\nu+1$ の走行時間曲線は折線 L_2 を用いる。各道路区間で同じような操作を行なうことによって配分計算は進められる。しかし、交通量増分のきざみがあり大きいと、容量関数の変更による走行時間のずれも大きくなるため、配分交通量が負で出てくる懸念がある。したがって、一定増分法で容量関数が非線型な場合の計算を進めていくときは、交通量増分のきざみをできるかぎり小さくしておくことがのぞましい。

これに対して逐次パターン変化法では、計算操作の手間がいくらか多くなるとはいうものの、一定増分法におけるような問題点を除去して計算を行なうことができる。すなわち、逐次パターン変化法は次の段階で必ず等時間パターンが変化するように交通量を増分していく方法であることはすでに説明したとおりであるが、この方法においてこの交通量の増分をいま計算で用いた折線部分に対応する交通量の範囲内でおさえるという方法である。たとえば、図-4.32において計算段階 ν で道路区間

ij の交通量 $X_{ij}^{(\nu)}$ が求まっているとする。次の段階 $\nu + 1$ では $\theta^{(\nu+1)} = \min(\theta^{(\nu+1)}, \theta^{(\nu+1)*})$ を求めるが、この $\theta^{(\nu+1)}$ によって増分される区間交通量が、もし折線 L_ν に対応する交通量の範囲外に出るようであれば、そのときは区間交通量が $X_{ij}^{(\nu+1)}$ になるように増分交通量をおさえる。他の道路区間でもっと少ない増分交通量でこのような状態になるとすれば、当然 $X_{ij}^{(\nu+1)}$ はもっと小さな値となる。また、道路区間交通量が減っていく場合には、折線の左端に相当する交通量にとどめるよう総トリップ数を増分する。このように、道路区間のどこかで等時間パターンが変化するか、あるいは折線で示した容量曲線に変更が起きるかいずれかが早く現われるところまで交通量を増分して計算を進めていく。

以上のようにして容量曲線が非線型となっても、折線近似を行なうことによって配分計算は可能となる。しかし、これらの計算はあくまでも近似計算であり、より精度の高い解が要求されるときには、この折線の数を増やすことによって達成される。

4. 14 結 語

以上、等時間原則による交通量配分について論究してきたが、これらはつぎのようにまとめられる。

まず、等時間原則を満たす全OD総計としての道路区間交通量が定まっても、各OD交通ごとの経路交通量あるいは経由する道路区間交通量は唯一に定まらない、すなわち、道路区間交通量のOD別内訳は無数であることがわかった。そして、これらを一意的に定めたい場合には、次のような2つの立場を導入して配分することを提案した。その1つは、OD交通のトリップ距離が長くなるほどその途中経路に関する情報が之しくなると考えた情報不均等な立場で、トリップ距離が長いほど距離を基準に、トリップ距離が短いほど時間を規準に経路選択がなされるものとして配分する方法である。他の1つはトリップ距離の長短にかかわらず、その間の経路に関する情報量が等しいと考えた情報均等な立場である。この場合は、ある2地点間で交通量が分流するとき、その2地点間の経路への交通量の配分比はそこを通過するどのOD交通についても同一になるという配分比条件に一致すると考えてよい。しかし、配分比条件を導入すると方程式が高次となり求解が困難になるので、配分計算は情報不均等な立場から出発する収束計算によって求めることにした。

これらは各OD交通の等時間経路がすでにわかっているとしたときの議論であるが、配分解析ではこの等時間経路を探索することが主要な課題である。等時間原則が成立する各OD交通の経路探索は従来は第1次配分法によって試みていたが、この方法では常に求めることは困難であることがわかった。したがって、第1次配分による方法は一応あきらめ、トリップ数を増大させながら、等時間経路の変化を追従していくという方法で考えていくことにした。そしてこのとき、各OD交通ごとの経路交通量あるいは経由区間交通量を求めることは、これらが一意的に定まらないこと考慮して行なわず、全ODについての道路区間交通量を求めることにした。全OD区間交通量は、道路網を切断したときの断面交通量に関するカット方程式と、道路網内の等時間パターンに対応する等時間条件式から成る連立方程式によって求められる。この方法をカット法とよんでいる。したがって、このカット法では配分解析における変数の数は道路区間の数だけでよいので、従来のようなOD交通ごとに変量をとる

方法に比べて著しく少なくて済むことになる。また、道路網がどのような型であっても、カット条件式と等時間条件式から成る連立方程式は、変数の数（道路区間の数）だけ常に樹立できることが保証されている。

このカット法を用いた等時間配分の新しいアルゴリズムは、ODパターン（単位OD表）を固定しておいて総トリップ数を一定のきざみで漸増させ、そのつど等時間経路の生起あるいは既存経路の消滅を検討して行なっていくという一定増分法と、これを改良した等時間パターンが必ず変化するよう総トリップ数を増分させる逐次パターン変化法がある。これらの方法はいずれも計算例によって実行可能なことが確かめられたが、興味深いことは、ある計算ステップでの既存経路がそれ以後の計算ステップにおいて消滅したり、再び出現したりすることのあることがわかったことである。

そして、容量関数が非線型になった場合でも、これを折線で近似すれば上の方法をそのまま用いることによって配分計算は可能である。

第5章 総走行時間最小化原則配分

5.1 概 説

総走行時間最小化配分は、概念的には総走行費用最小化配分と同義であり、もともと輸送問題を対象としたものである。すなわち、各地点における物資の需要量と供給量および輸送網上の各部分における輸送費用が与えられたとき、総輸送コストを最小にするような輸送の仕方を求める問題である。このように、はじめは地点間ごとの需要供給量を個別には考えず、また輸送コストも輸送量の多少にかかわらず一定であるとして、⁴¹⁾ *Hitchcock*, *F. L.*, *Koopmans*, *T. C.*らによって線型計画法として定式化された。しかし、実際には需要供給量が各地点間ごとにOD分布として与えられることが多く、この場合も輸送量に対してコストが不変であれば、やはり線型計画法の問題として定式化されることが、⁴²⁾ *Dantzig* によって明らかにされている。このときはODごとに輸送量が与えられているので、さきに比べて自由度は小さくなり、それだけ条件式の数が増えてくる。すなわち、前者はシングルコモディティフローとして、後者はマルコモディティフローとして取扱われている。

交通量配分の問題はまさしく後者のタイプに属する。道路交通流の配分問題にこのような輸送計画的な考え方を導入したのは *Wardrop* が最初であり、等時間原則と同じく、総走行時間最小化原則として提唱した。⁷⁾ 交通量配分において上の輸送コストに対応するものは、走行時間などで表わされる走行コストであるが、これは交通量によって変動する。したがって、道路区間についての走行時間、すなわち走行費用が一定と考えるのは非現実的であり、交通量に依存した形にしておくことが望ましい。このようにすると、道路網における交通量配分の問題はもはや線型計画の対象とはならず、非線型計画として取扱わねばならないことになる。

非線型なマルコモディティフローに関する一般的な解法は困難な問題とされていたため、従来開発されている手法を応用するべく、種々の仮定を導入することによって、定式化や解析がこれまで試みられてきた。たとえば佐佐木綱教授は、2車線道路と限定して、道路区間の走行時間と交通量の積が1次式で近似できることに着目し、線型計画法としてこの問題を定式化している。¹²⁾ また、走行時間と交通量の関係を表す容量関数を1次式と仮定し、ラグランジュ関数を導入することによって、連立1次方程式の問題となることも示した。⁸⁾

総走行時間最小化配分の目的は道路網全体から見た効率を最大化することにある。したがって、この配分が現実の交通現象に適合するかどうかは別に議論する必要がある。

各運転車は自身にとって都合のよい経路、すなわち、走行時間のより短い経路を選択する傾向があるが、もし道路網内の交通状況が知り得るとした完全情報の立場に立てば、道路網交通流は、第3章で述べたように、等時間原則配分の現象になることがいえる。いいかえるとこの場合は、自分の選択した経路が最も走行時間の小なる経路で、これより走行時間の短い経路は他には存在しないということ

になっている。一方、総走行時間最小化配分では、全体の効率最大を達成するため、ある特定の交通が、他に走行時間の短い経路が存在するにもかかわらず不当に遠回りを余儀なくされることがある。こうしたことは、経路選択の一般的な傾向から考えても現実性を欠くものであり、たとえドライバーがそのような経路を強制されても、走行時間のより短い経路の存在することがわかっておれば、承服しがたいであろう。

こうして、いわゆる輸送計画的配分は現象の記述モデルではなく、全体としての効率最大化のための手法であり、現実の道路網交通流の現象に適合するか否かは問題とはしていないことがわかる。ただ、総走行時間最小化配分と等時間配分の解を数値の面だけから見ると、それほど差異のない場合がある。特に第6章で説明するように、交通量が増大するとこの両者の解は接近してくる。しかし、そうだからといって総走行時間最小化配分を実際の交通量配分に適用してもよいという理由は何もないのである。

総走行時間最小化配分は、これまで実際の交通量配分にも数多く用いられているが、これは現実の現象に即した交通量配分理論が発展途上にあり、今日のさし迫った交通問題を解決するべくOR的側面から道路交通流の効率化を中心に取扱われたためである。

総走行時間最小化配分、あるいは総費用最小化配分はあくまでも個々の流れがコントロールできる輸送計画的な面で用いられべきであろうと思う。

本章では、総走行時間最小化配分を、容量関数が1次式であると仮定して、アークフローおよびルートフローを用いて2次計画法で定式化している。このとき、目的関数は凸関数であるため、その局所的最小を求めれば最適解の得られることが保証されている。そして、簡単な例で計算を行なってみた。この配分原則においても、等時間原則と同様、OD交通ごとの経路交通量あるいは経由道路区交通量は一意的に定まらないことがいえる。また、2次計画法においては、計算操作において人為変数を導入しなければならないため、実変数の約4倍の変数の数を要する。したがって、このままでは、計算機容量、計算時間、費用等の点からも問題点が少なくなく、たとえば、OD交通ごとの繰返し計算を行なうなどの改良を考える必要があろう。

5.2 従来の研究

Wardrop, J. G.⁷⁾によって、道路網内の総走行時間を最小にするという配分原則が提唱されて以来、この観点からの交通量配分の定式化が種々試められている。

初期の頃は道路区間における走行時間は定数であるとして配分の定式化が行なわれており、各OD交通は最短経路のみしか選択しないとした、Dantzig, D. B.⁴²⁾による線型計画法⁴²⁾やBeckman, M. J.²⁹⁾による動的計画法を応用した方法²⁹⁾がある。

しかし、道路区間の走行時間が交通量によっても変動しないというのは非現実的であり、これを交通量に関する増加関数としてモデルに組込む必要がある。このようにすると、OD交通ごとに個別に配分して、あとでこれらを各道路区間上で積重ねて解を求めるという、いわゆる重合せの方法は採用

できなくなり、解法はきわめて困難になってくる。

この交通量と走行時間の関係を表す容量関数(走行時間関数)の形をどのように設定するかによって、これまで種々の方法が考えられている。

佐佐木綱教授は、道路網が2車線道路で構成されている場合、道路区間の走行時間と交通量の積がほぼ区間交通量に対し1次関数となっていることに着目し、この問題を線型計画法でモデル化している。このモデルにおいては、各道路区間で固有の交通量を与えて交通量の上限值をおさえるという制約条件も考慮¹²⁾できる。また、容量関数を1次式で仮定したときには、道路区間に容量制限をつけないで、OD条件式だけを与え、ラグランジュ関数を導入することによって連立1次方程式で解けることを示した。⁸⁾

ラグランジュ未定乗数法を応用したものには、Mosher, W. W. Jr. の研究があり、その中で交通量がある値まで達すると、その走行コストが無限大になるといった非線型になる容量関数を用いて配分法を展開している。³⁷⁾この場合には、この容量曲線をそのものによって道路区間の容量制限が考慮されていることになっている。一般にラグランジュの未定乗数法は、解が非負で求められる保証がないため、非負解が得られるようMosherは予備配分によってあらかじめ変数の選定を行なうことを提案している。予備配分法とは、各OD交通量を零フロー時の最適経路(交通量が零のとき、もっとも走行コストの小さい経路)に流し、そのパスフローがある道路区間で容量制限に達すれば、2番目の零フロー時の最適経路に流すというように、すべてのOD交通量を配分していく方法である。このとき、道路網内の総走行コストを算定しておき、予備配分経路のパスフローを1台減らしたとき、最小の総走行コストを生じる経路をOD交通ごとに決定して、これを参考変数を名づけておく。このあと、予備配分されなかった経路に1台流し、そのOD交通の参考変数のパスフローを1台減らして総走行コストを算定する。この新しい総走行コストが予備配分時のそれよりも大きくなる経路は、ラグランジュ関数の変数として不適格であり採用しない。このようにして、すべての経路を検討し、棄却されなかった経路のパスフローを変数としてラグランジュ未定乗数法を適用すると、解はすべて非負で求められるとされている。その理由は、この操作が各独立変数の零フロー時の総走行コスト関数の偏微係数を判定しているということであり、これが負になるパスフローのみが、その変数に関する偏導関数を正の領域において零とできるからである。

他方、最近では最大値原理を適用した総走行時間(費用)最小配分もある。¹³⁾この方法は容量関数がどのような形をしていても解けるところに特徴があるが、道路網の形としてはどのような形でも可能というわけにはいかず、主として格子状の道路網にかぎられているようである。そして、計算方法としては、一点集中型(あるいは逆の一点発散型)OD交通を順次配分していくというマルチコピーの繰返しによって行なわれている。

5.3 2次計画法とWolfeの解法⁴³⁾

非線型計画法の中で、目的関数が2次式で制約条件式が1次式のものを2次計画法 (Quadratic Programming) という。一般に制約条件式は等式あるいは不等式のどちらでもよいが、不等式の場合はスラック変数の導入によって等式になおせる。よって等式について論を進めれば十分である。

2次計画法は

$$Qy = d \quad (5 \cdot 1)$$

$$y \geq 0 \quad (5 \cdot 2)$$

なる制約条件のもとで、目的関数

$$F(y) = by - \frac{1}{2} y' A y \quad (5 \cdot 3)$$

を最大にする y を求めることである。

ここに、

$$y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_p \end{pmatrix} \quad Q = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} & \cdots & q_{1p} \\ q_{21} & q_{22} & \cdots & q_{2p} \\ \cdots & & & \\ q_{r1} & q_{r2} & \cdots & q_{rp} \end{pmatrix} \quad d = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_r \end{pmatrix}$$

$$b = (b_1, b_2, \cdots, b_p)$$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1p} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2p} \\ \cdots & & & \\ a_{p1} & a_{p2} & \cdots & a_{pp} \end{pmatrix}$$

プライムは転置を示す。

ただし、 $(r < p)$

2次計画法では、最適解が求められるためにはある条件を満足する必要がある。一般に非線型計画法では、目的関数の全域的最大が局所的最大に一致しないために求解がきわめて困難であるが、最大化問題における目的関数に凹性が見出せると、この関数は、つぎの定理に示されるような特性を有している。

定理

$F(y)$ が E^n の閉凸集合 Y において凹関数であるとき、 $F(y)$ が Y の内点で局所的最大となれば、その点で $F(y)$ は全域的最大となる。

したがって、式 (5・3) の $F(y)$ が凹関数であれば、その局所的最大を求めることによって最適解を得ることができる。 $F(y)$ の凹性を検討すると、 $F(y)$ が凹であるためには $-\frac{1}{2} y' A y$ が凹でなければならないから、 $y' A y$ が凸関数であればよい。もし A が対称行列で、かつ正定値であれば、すなわち、 $\forall y (\neq 0)$ に対して $y' A y$ は凸関数であり、したがって $F(y)$ は凹関数である。このように考えると、式 (5・1)、(5・2) および (5・3) で示される2次計画法の問題に対しては行列 A が対称で正定値でありさえすれば求解が可能であることがわかる。2次計画法の

解法としては、従来から種々の方法が開発されているが、本論文ではKuhn-Tuckerの定理を応用して局所的最大を求めるWolfeの解法を用いることにする。

いま、

$$\left. \begin{array}{l} g_i(\mathbf{x}) \leq p_i \quad (i=1, 2, \dots, l) \\ \mathbf{x} \geq 0 \end{array} \right\} \quad (5 \cdot 4)$$

なる条件のもとで、目的関数 $f(\mathbf{x})$ を最大にする非線型計画法の問題に対してつぎの定理が成立する。

Kuhn - Tuckerの定理

$f(\mathbf{x})$ が凹関数で、すべての $g_i(\mathbf{x})$ が凸関数でかつ連続的微分可能であるとき、式(5・4)の下で $f(\mathbf{x})$ が \mathbf{x}^0 で最大となるための必要十分条件は、ある $\lambda^0 (\geq 0)$ が存在して $(\mathbf{x}^0, \lambda^0)$ がラグランジュ関数

$$\phi(\mathbf{x}, \lambda) = f(\mathbf{x}) - \sum_{i=1}^l \lambda_i (g_i(\mathbf{x}) - p_i) \quad (5 \cdot 5)$$

の鞍点であることである。

補題1, $(\mathbf{x}^0, \lambda^0)$ が $\phi(\mathbf{x}, \lambda)$ の鞍点である必要条件

$$\left. \begin{array}{l} \nabla_{\mathbf{x}} \phi \Big|_{\substack{\mathbf{x}=\mathbf{x}^0 \\ \lambda=\lambda^0}} \leq 0, \quad (\nabla_{\mathbf{x}} \phi, \mathbf{x}) \Big|_{\substack{\mathbf{x}=\mathbf{x}^0 \\ \lambda=\lambda^0}} = 0 \end{array} \right\} \quad \mathbf{x}^0 \geq 0 \quad (5 \cdot 6)$$

$$\left. \begin{array}{l} \nabla_{\lambda} \phi \Big|_{\substack{\mathbf{x}=\mathbf{x}^0 \\ \lambda=\lambda^0}} \geq 0, \quad (\nabla_{\lambda} \phi, \lambda) \Big|_{\substack{\mathbf{x}=\mathbf{x}^0 \\ \lambda=\lambda^0}} = 0 \end{array} \right\} \quad \lambda^0 \geq 0 \quad (5 \cdot 7)$$

補題2, $(\mathbf{x}^0, \lambda^0)$ が $\phi(\mathbf{x}, \lambda)$ の鞍点である十分条件

$\mathbf{x}^0 \geq 0, \lambda^0 \geq 0$ が存在して

$$\phi(\mathbf{x}, \lambda^0) \leq \phi(\mathbf{x}^0, \lambda^0) + (\nabla_{\mathbf{x}} \phi \Big|_{\substack{\mathbf{x}=\mathbf{x}^0 \\ \lambda=\lambda^0}}, \mathbf{x} - \mathbf{x}^0) \quad (5 \cdot 8)$$

$$\phi(\mathbf{x}^0, \lambda) \geq \phi(\mathbf{x}^0, \lambda^0) + (\nabla_{\lambda} \phi \Big|_{\substack{\mathbf{x}=\mathbf{x}^0 \\ \lambda=\lambda^0}}, \lambda - \lambda^0) \quad (5 \cdot 9)$$

ただし、 ∇ はランプラシアン、 (\quad) は内積を示す。

ここで、式(5・1)、(5・2)および(5・3)の2次計画の問題に対して、この定理を適用してみる。ラグランジュ関数を作ると、

$$\begin{aligned} \phi(\mathbf{y}, \lambda) = & \mathbf{b}'\mathbf{y} - \frac{1}{2}\mathbf{y}'\mathbf{A}\mathbf{y} \\ & - \lambda'(\mathbf{Q}\mathbf{y} - \mathbf{d}) \end{aligned} \quad (5 \cdot 10)$$

となる。ここに、

$$\lambda' = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r] \quad .$$

である。このとき

$$\nabla_{\mathbf{y}} \phi \Big|_{\substack{\mathbf{y}=\mathbf{y}^0 \\ \boldsymbol{\lambda}=\boldsymbol{\lambda}^0}} = \mathbf{b} - \mathbf{y}^0{}' \mathbf{A} - \boldsymbol{\lambda}^0{}' \mathbf{Q} \quad (5 \cdot 11)$$

$$\nabla_{\boldsymbol{\lambda}} \phi \Big|_{\substack{\mathbf{y}=\mathbf{y}^0 \\ \boldsymbol{\lambda}=\boldsymbol{\lambda}^0}} = \mathbf{d}' - \mathbf{y}^0{}' \mathbf{Q}' \quad (5 \cdot 12)$$

であり、 \mathbf{A} が対称であることを考慮すると、式(5・6)に相当するものは以下のように示される。

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{b} - \mathbf{y}^0{}' \mathbf{A} - \boldsymbol{\lambda}^0{}' \mathbf{Q} &\leq 0 \\ (\mathbf{b}' - \mathbf{A} \mathbf{y}^0 - \mathbf{Q}' \boldsymbol{\lambda}^0)' \mathbf{y}^0 &= 0 \\ \mathbf{y}^0 &\geq 0 \end{aligned} \right\} \quad (5 \cdot 13)$$

ここで、

$$\mathbf{v} = \mathbf{Q}' \boldsymbol{\lambda}^0 - \mathbf{b}' + \mathbf{A} \mathbf{y}^0$$

なる列ベクトルを導入すれば 式(5・13)は

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{b}' - \mathbf{A} \mathbf{y}^0 - \mathbf{Q}' \boldsymbol{\lambda}^0 + \mathbf{v} &= 0 \\ \mathbf{y}^0{}' \mathbf{v} &= 0 \\ \mathbf{y}^0 &\geq 0 \\ \mathbf{v} &\geq 0 \end{aligned} \right\} \quad (5 \cdot 14)$$

と等価である。条件式(5・1)より、式(5・12)の値は0であるから、式(5・7)に相当するものの成立は自明である。式(5・8)に相当するものは、

$$\begin{aligned} \text{左辺} &= \mathbf{b} \mathbf{y} - \frac{1}{2} \mathbf{y}' \mathbf{A} \mathbf{y} - \boldsymbol{\lambda}' (\mathbf{Q} \mathbf{y} - \mathbf{d}) \\ \text{右辺} &= \mathbf{b} \mathbf{y}^0 - \frac{1}{2} \mathbf{y}^0{}' \mathbf{A} \mathbf{y}^0 - \boldsymbol{\lambda}' (\mathbf{Q} \mathbf{y}^0 - \mathbf{d}) \\ &\quad + (\mathbf{b} - \mathbf{y}^0{}' \mathbf{A} - \boldsymbol{\lambda}' \mathbf{Q})' (\mathbf{y} - \mathbf{y}^0) \end{aligned}$$

であるから、両辺から等しいものを取除くと、

$$\text{左辺} = F(\mathbf{y})$$

$$\text{右辺} = F(\mathbf{y}^0) + \left[\nabla F \Big|_{\mathbf{y}=\mathbf{y}^0} \right]' (\mathbf{y} - \mathbf{y}^0)$$

となるが、 $F(\mathbf{y})$ は凹関数であるから、左辺 \geq 右辺であり、式(5・8)に相当するものも成立している。さらに式(5・9)に相当するものは、右辺第2項が0となり等式で成立する。もともと式(5・8)はラグランジュ関数の \mathbf{x} に関する凹性と $\boldsymbol{\lambda}$ に関する凸性を問うているだけであるから、いまの場合成立は明らかである。以上より、式(5・14)および制約条件式(5・1)をまとめて、

$$\mathbf{A} \mathbf{y} + \mathbf{Q}' \boldsymbol{\lambda} - \mathbf{v} = \mathbf{b}' \quad (5 \cdot 15)$$

$$\mathbf{Q} \mathbf{y} = \mathbf{d} \quad (5 \cdot 16)$$

$$\mathbf{y}' \mathbf{v} = 0 \quad (5 \cdot 17)$$

$$\mathbf{y} \geq 0, \mathbf{v} \geq 0 \quad (5 \cdot 18)$$

の条件が得られたので、これらを満足する \mathbf{y} , \mathbf{v} , λ を求めれば、これが式 (5・1), (5・2) および (5・3) の 2 次計画の最適解を与える。これを求めるには線型計画のシンプレックス法を応用することができる。すなわち、第 1 段階で式 (5・16) を満たす解を求め、ついで第 2 段階で式 (5・15) を満たす解を求める。しかし、このとき常に式 (5・17) および (5・18) の条件を満たしていなければならない。式 (5・17) は \mathbf{y} の第 i 要素と \mathbf{v} の第 i 要素は同時に基底解に入りえないことを示している。また、 λ に関しては符号の制限がないから、シンプレックス・タブローにおける目的関数の係数の中で λ_i の係数はたとえ正であっても負であっても絶対値さえ最大であれば、その λ_i はピボット・コラムにえらばれ、そのときのピボット・ローのえらび方もこれに準ずるように修正しておき、また、一度基底に入った λ_i は 2 度と基底変数となることのないようにシンプレックス基準を修正してピボット操作を行なう。

実際の計画手順はつぎのように行なう。 \mathbf{b} および \mathbf{d} の中に負のものがあれば、それに対応する式 (5・15) および (5・16) の両辺にマイナス 1 をかけ、 \mathbf{b} および \mathbf{d} の全要素を非負にする。そして、人為変数

$$\mathbf{w} = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_r \end{pmatrix} \geq 0, \quad \mathbf{z} = \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_p \end{pmatrix} \geq 0$$

を導入して、

$$\mathbf{A}\mathbf{y} + \mathbf{Q}'\lambda - \mathbf{v} + \mathbf{z} = \mathbf{b}' \quad (5 \cdot 19)$$

$$\mathbf{Q}\mathbf{y} + \mathbf{w} = \mathbf{d} \quad (5 \cdot 20)$$

として、

$$\mathbf{y}, \mathbf{v}, \mathbf{w}, \mathbf{z} \geq 0, \quad \mathbf{y}'\mathbf{v} = 0$$

なる条件のもとで、はじめに

$$W = \sum_{i=1}^{pr} w_i \quad (5 \cdot 21)$$

を最小にする。 $\mathbf{w} \geq 0$ であるから式 (5・16) が実行可能であれば W は 0 になり、したがって、すべての w_i が 0 になり式 (5・16) の基底解を得る。 \mathbf{w} の成分をシンプレックス・タブローから除いたあと、

$$Z = \sum_{j=1}^p z_j \quad (5 \cdot 22)$$

を最小にするようにピボット操作を行なうと、同様に $\mathbf{z} \geq 0$ であるから Z は 0 になるはずである。このとき、すべての z_j が 0 になり、式 (5・15) ~ (5・18) を満たす \mathbf{y} , \mathbf{v} , λ の値が定められる。その \mathbf{y} が式 (5・1), (5・2) および (5・3) の 2 次計画に対する最適解である。

5.4 アークフローによる配分法

配分の対象となる道路網が m 本のアークと n 個のノードからなるグラフで、その中で q 個の OD ペアが存在するものとする。ノード i からノード j に向うアーク ij の走行時間と交通量 X_{ij} の関係は、前章までと同様、1 次式で仮定することにする。

$$T_{ij} = a_{ij} X_{ij} + b_{ij} \quad (5 \cdot 23)$$

各 OD ペアごとにアークフローを区別し、 k なる OD のアークフローを $y_{ij}^{(k)}$ (このときは方向が考慮されている) であらわす。そうすると、全 OD 区間交通量は次式で示される。

$$X_{ij} = \sum_{k=1}^q y_{ij}^{(k)} \quad (5 \cdot 24)$$

また、総走行時間 TT は

$$\begin{aligned} TT &= \sum_{i,j=1}^m T_{ij} X_{ij} \\ &= \sum_{i,j}^m \left\{ (a_{ij} \sum_{k=1}^q y_{ij}^{(k)} + b_{ij}) \sum_{k=1}^q y_{ij}^{(k)} \right\} \end{aligned} \quad (5 \cdot 25)$$

となる。したがって、この式 (5・24) を最小にするような $y_{ij}^{(k)}$ を求める問題となる。いま、各アークに対し容量制限を考えないことにすると、 $y_{ij}^{(k)}$ が満たすべき制約条件は以下ようになる。

まず、アークフローはすべて非負でなければならない。

$$y_{ij}^{(k)} \geq 0, \quad \left(\begin{array}{l} k=1, 2, \dots, q \\ ij=1, 2, \dots, m \end{array} \right) \quad (5 \cdot 26)$$

また、 k なる OD 交通の交通量を V_k であらわせば、各ノードにおける連続条件式を満足せねばならない。

$$\begin{aligned} \sum_j (y_{ij}^{(k)} - y_{ji}^{(k)}) &= \begin{cases} V_k & (i \text{ が発ノードのとき}) \\ -V_k & (i \text{ が着ノードのとき}) \\ 0 & (i \text{ が通過ノードのとき}) \end{cases} \\ \left(\begin{array}{l} k=1, 2, \dots, q \\ i=1, 2, \dots, n-1 \end{array} \right) \end{aligned} \quad (5 \cdot 27)$$

式 (5・27) において i については $n-1$ 個となっているが、これは対象道路網の接属行列の階数が $n-1$ であるからである。

これらの制約条件に関し、つぎのような行列およびベクトルを考える。

$$y_k = \begin{pmatrix} y_1^{(k)} \\ y_2^{(k)} \\ \vdots \\ y_{i_1}^{(k)} \\ \vdots \\ y_m^{(k)} \end{pmatrix}, \quad (k=1, 2, \dots, q) \quad (5 \cdot 28)$$

(m個)

$$d_k = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ V_k \cdots k \text{ なる OD の発ノード} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ -V_k \cdots k \text{ なる OD の着ノード} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (k=1, 2, \dots, q) \quad (5 \cdot 29)$$

(n-1個)

$$B = [B_1, B_2, \dots, B_m] = (e_{il}) \quad (5 \cdot 30)$$

ここに,

$$e_{il} = \begin{cases} 1 & (\text{アーク } l \text{ がノード } i \text{ から出ているとき}) \\ -1 & (\text{アーク } l \text{ がノード } i \text{ に入っているとき}) \\ 0 & (\text{アーク } l \text{ がノード } i \text{ と接属しているとき}) \end{cases}$$

(5 \cdot 31)

ここに、 B は $(n-1) \times m$ 行列の接続行列（インシデンスマトリックス）であり、 B_1, B_2, \dots, B_m は B を構成する列ベクトルである。

このようにすると、式 (5 \cdot 26) と (5 \cdot 27) は以下のように行列表示される。

$$y_k \geq 0, \quad (k=1, 2, \dots, q) \quad (5 \cdot 32)$$

$$B y_k = d_k, \quad (k=1, 2, \dots, q) \quad (5 \cdot 33)$$

また,

$$\mathbf{y}^* = \begin{pmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{y}_a \end{pmatrix} \quad (m \times q) \text{ 個} \quad (5 \cdot 34)$$

$$\mathbf{d} = \begin{pmatrix} \mathbf{d}_1 \\ \mathbf{d}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{d}_a \end{pmatrix} \quad \{ (n-1) \times q \} \text{ 個} \quad (5 \cdot 35)$$

とすると、式 (5・32) と式 (5・33) は次のように示せる。

$$\mathbf{y}^* \geq 0 \quad (5 \cdot 36)$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{B} & 0 \\ & \mathbf{B} & \\ 0 & & \mathbf{B} \end{pmatrix} \mathbf{y}^* = \mathbf{d} \quad (5 \cdot 37)$$

つぎに、式 (3・25) の目的関数はつぎのように変形できる。

$$\begin{aligned} \text{TT} &= \sum_{i,j=1}^m \left\{ \left(a_{ij} \sum_{k=1}^q y_{ij}^{(k)} + b_{ij} \right) \sum_{k=1}^q y_{ij}^{(k)} \right\} \\ &= \sum_{i,j=1}^m \left\{ \left[y_{ij}^{(1)}, y_{ij}^{(2)}, \dots, y_{ij}^{(q)} \right] \begin{pmatrix} a_{ij} & a_{ij} & a_{ij} \\ a_{ij} & \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ a_{ij} & a_{ij} & a_{ij} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{ij}^{(1)} \\ y_{ij}^{(2)} \\ \vdots \\ y_{ij}^{(q)} \end{pmatrix} \right. \\ &\quad \left. + \left[b_{ij}, b_{ij}, \dots, b_{ij} \right] \begin{pmatrix} y_{ij}^{(1)} \\ y_{ij}^{(2)} \\ \vdots \\ y_{ij}^{(q)} \end{pmatrix} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \begin{pmatrix} y_1^{(1)} & \dots & y_1^{(q)} & y_2^{(1)} & \dots & y_2^{(q)} & \dots & y_{ij}^{(1)} & \dots & y_{ij}^{(q)} \\ \dots & & & & & & & & & \\ y_m^{(1)} & \dots & y_m^{(q)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boxed{a_1 a_1 \dots a_1} & & & & & & & & & \\ & \dots & & & & & & & & \\ & & \boxed{a_2 a_2 \dots a_2} & & & & & & & \\ & & & \dots & & & & & & \\ & & & & \boxed{a_2 a_2 \dots a_2} & & & & & \\ & & & & & \dots & & & & \\ & & & & & & \boxed{a_{ij} a_{ij} \dots a_{ij}} & & & \\ & & & & & & & \dots & & \\ & & & & & & & & \boxed{a_{ij} a_{ij} \dots a_{ij}} & \\ & & & & & & & & & \dots \\ & & & & & & & & & \boxed{a_m a_m \dots a_m} \\ & & & & & & & & & \dots \\ & & & & & & & & & \boxed{a_m a_m \dots a_m} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1^{(1)} \\ \vdots \\ y_1^{(q)} \\ y_2^{(1)} \\ y_2^{(q)} \\ \vdots \\ y_{ij}^{(1)} \\ \vdots \\ y_{ij}^{(q)} \\ \vdots \\ y_m^{(1)} \\ \vdots \\ y_m^{(q)} \end{pmatrix} \\
&+ [b_1 \dots b_1, \quad b_2 \dots b_2, \quad \dots, b_{ij} \dots b_{ij}, \quad \dots, b_m \dots b_m] \begin{pmatrix} y_1^{(1)} \\ \vdots \\ y_1^{(q)} \\ y_2^{(1)} \\ \vdots \\ y_2^{(q)} \\ \vdots \\ y_{ij}^{(1)} \\ \vdots \\ y_{ij}^{(q)} \\ \vdots \\ y_m^{(1)} \\ \vdots \\ y_m^{(q)} \end{pmatrix} \quad (5.38)
\end{aligned}$$

ΥT を最小にすることは, $-\Upsilon T$ を最大にすることと同値であるから, $F = -\Upsilon T$ とおき,

$$y = [y_1^{(1)}, \dots, y_1^{(q)}, y_2^{(1)}, y_2^{(q)}, \dots, y_{ij}^{(1)}, y_{ij}^{(q)}, \dots, y_m^{(1)}, y_m^{(q)}] \quad (5.39)$$

$$b = -[b_1, \dots, b_1, b_2, \dots, b_2, \dots, b_{ij}, \dots, b_{ij}, \dots, b_m, \dots, b_m] \quad (5.40)$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{A} & & 0 \\ & \mathbf{A} & \\ & & \mathbf{A}_{ij} \\ 0 & & & \mathbf{A}_m \end{pmatrix} \quad (5 \cdot 41)$$

ただし,

$$\mathbf{A}_{ij} = \left\{ \begin{pmatrix} 2a_{ij} & \cdots & 2a_{ij} \\ \cdots & & \cdots \\ 2a_{ij} & \cdots & 2a_{ij} \end{pmatrix} \right\} q \text{ 個}$$

なるベクトルおよび行列を定義すると, 目的関数は下のように行列表示できる。

$$F(\mathbf{y}) = -\pi = \mathbf{b}\mathbf{y} - \frac{1}{2}\mathbf{y}'\mathbf{A}\mathbf{y} \quad (5 \cdot 42)$$

式(5・34)の \mathbf{y}^* と式(5・39)の \mathbf{y} を比較すると, 各要素の並び方が異なっているので, これを \mathbf{y} の形に統一しておく。

$$\mathbf{Q} = \left(\begin{array}{cc|cc|c|cc} \mathbf{B}_1 & 0 & \mathbf{B}_2 & 0 & & \mathbf{B}_m & 0 \\ & \mathbf{B}_1 & & \mathbf{B}_2 & \cdots & & \mathbf{B}_m \\ 0 & \mathbf{B}_1 & 0 & \mathbf{B}_2 & & 0 & \mathbf{B}_m \end{array} \right) \quad (5 \cdot 43)$$

$m q \text{ 個}$

$(n-1) \cdot q \text{ 個}$

このようにしておくと, 式(5・36)は次式と同値になる。

$$\mathbf{Q}\mathbf{y} = \mathbf{d} \quad (5 \cdot 44)$$

$$\mathbf{y} \geq 0 \quad (5 \cdot 45)$$

以上をまとめると, 式(5・44)および式(5・45)のもとで式(5・42)を最大にする \mathbf{y} を求めることになる。つまり,

$$\left. \begin{array}{l} F(\mathbf{y}) = \mathbf{b}\mathbf{y} - \frac{1}{2}\mathbf{y}'\mathbf{A}\mathbf{y} \rightarrow \text{最大} \\ \text{制約条件} \quad \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{Q}\mathbf{y} = \mathbf{d} \\ \mathbf{y} \geq 0 \end{array} \right. \end{array} \right\} \quad (5 \cdot 46)$$

この2次計画の問題においては, 式(5・41)からわかるように \mathbf{A} は対称であり, かつ, 正定値であるから求解は可能である。

これを図-5・1に示す簡単な道路網を対象として解いてみよう。式(5・23)に関する各アーケ固有の定数 a , b を表-5・1のように与え, また, そのOD交通量を表-5・2のように与える。

○よって、このときのアーク数 m 、ノード数 n 、ODペア数 q はそれぞれ、

$$m = 10, n = 4, q = 2$$

である。いま、仮にノード1からノード4に向うのをOD交通1、ノード4からノード1に向うのをOD交通2とする。

$$V_1 = 1,300 \quad V_2 = 1,100$$

このようにしておくと、各行列および各ベクトルは以下ようになる。

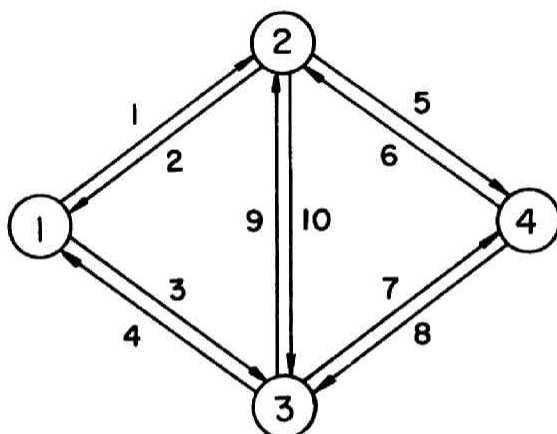


図-5.1 対象道路網とアーク番号

表-5.1 アークの a と b の値と最大交通容量 t

アーク名	発着ノード	a_{ij} ($\times 10^3$ 分/台)	b_{ij} (分)	c_{ij} (台)
1	1→2	0.48	4.0	1,000
2	2→1	0.48	4.0	1,000
3	1→3	0.80	5.0	800
4	3→1	0.80	5.0	800
5	2→4	2.15	5.0	400
6	4→2	2.15	5.0	400
7	3→4	0.95	5.0	900
8	4→3	0.95	5.0	900
9	3→2	0.26	2.0	950
10	2→3	0.26	2.0	950

表-5.2 OD表

	1	2	3	4	計
1		0	0	1,300	1,300
2	0			0	0
3	0	0		0	0
4	1,100	0	0		1,300
計	1,100	0	0	1,300	2,400

$$B = [B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6, B_7, B_8, B_9, B_{10}]$$

$$= \begin{matrix} \begin{matrix} \text{アーク} \\ \text{ノード} \end{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (5 \cdot 47)$$

$$\mathbf{d}_1 = \begin{bmatrix} 1,300 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{d}_2 = \begin{bmatrix} -1,100 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5 \cdot 48)$$

よって

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_1 \\ \mathbf{d}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,300 \\ 0 \\ 0 \\ -1,100 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5 \cdot 49)$$

$$\mathbf{b} = - (4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 2, 2, 2, 2,) \quad (5 \cdot 50)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & & & & & & & & & 0 \\ & \mathbf{A}_2 & & & & & & & & \\ & & \mathbf{A}_3 & & & & & & & \\ & & & \mathbf{A}_4 & & & & & & \\ & & & & \mathbf{A}_5 & & & & & \\ & & & & & \mathbf{A}_6 & & & & \\ & & & & & & \mathbf{A}_7 & & & \\ & & & & & & & \mathbf{A}_8 & & \\ & & & & & & & & \mathbf{A}_9 & \\ & & & & & & & & & 0 \\ & & & & & & & & & & \mathbf{A}_{10} \end{bmatrix}$$

$$= 10^3 \times \begin{bmatrix} 0.96, 0.96 \\ 0.96, 0.96 \\ & 0.96, 0.96 \\ & 0.96, 0.96 \\ & & 1.60, 1.60 \\ & & 1.60, 1.60 \\ & & & 1.60, 1.60 \\ & & & 1.60, 1.60 \\ & & & & 4.30, 4.30 \\ & & & & 4.30, 4.30 \\ & & & & & 4.30, 4.30 \\ & & & & & 4.30, 4.30 \\ & & & & & & 1.90, 1.90 \\ & & & & & & 1.90, 1.90 \\ & & & & & & & 1.90, 1.90 \\ & & & & & & & 1.90, 1.90 \\ & & & & & & & & 0.52, 0.52 \\ & & & & & & & & 0.52, 0.52 \\ & & & & & & & & & 0.52, 0.52 \\ & & & & & & & & & & 0.52, 0.52 \end{bmatrix} \quad (5 \cdot 51)$$

$$Q = \begin{pmatrix} B_1 & B_2 & B_3 & B_4 & B_5 & B_6 & B_7 & B_8 & B_9 & B_{10} \\ B_1 & B_2 & B_3 & B_4 & B_5 & B_6 & B_7 & B_8 & B_9 & B_{10} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad (5.52)$$

$$y' = [y_1^{(1)}, y_1^{(2)}, y_2^{(1)}, y_2^{(2)}, y_3^{(1)}, y_3^{(2)}, y_4^{(1)}, y_4^{(2)}, y_5^{(1)}, y_5^{(2)}, y_6^{(1)}, y_6^{(2)}]$$

$$y_7^{(1)}, y_7^{(2)}, y_8^{(1)}, y_8^{(2)}, y_9^{(1)}, y_9^{(2)}, y_{10}^{(1)}, y_{10}^{(2)} \quad (5.53)$$

以上のようにすべての行列およびベクトルが定められると、式(5.19)および(5.20)にしたがって、最初のシンプレックスタブローが表-5.3のように得られる。ピボット操作を行ない最適解に達したときのシンプレックスタブローは表-5.4に示される。その解は図-5.2に示している。

5.5 ルートフローによる配分法

ルートフローによって交通量配分を行なう場合は、選択可能と思われる経路をすべて対象としておくことが望ましいが、このようにすると、同一地点を2度以

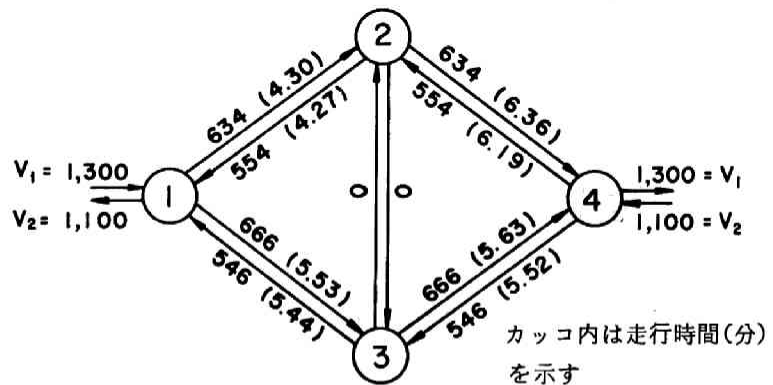


図-5.2 容量制限のないときの配分結果

上通過する経路も考慮しなければならないので、事実上、変数の数が無限大となってしまいます。そこで本文では、各OD交通の選択し得る経路は同一地点を2度以上は通らないものと限定することにする。実際においても、同一地点を何度も通るといったようなトリップの運行形態はほとんど存在しないので、このような条件を課してもそれほど現実からかけ離れたものとはならないであろう。こうすることによって、取扱う変数の数は自ずと有限となり、また、この場合の経路選択も従来の手法を応用することによって行なうことができる。以下にルートフローによる定式化の方法を示す。

配分対象道路網には m 本のアーク、 n 個のノード、 q 個のOD交通があるものとする。OD交通 k

表-5.3 最初のステップにおけるシンプレックスタブロー

[illegible]

表-5. 4 最終のステップにおけるシンプレックスタブロー

[illegible]

の p 番目経路のルートフローを \bar{x}_p^k とすれば、アークフローはそのアークを通るルートフローの総和であるから次式であらわされる。

$$X_{ij} = \sum_{k, p \in ij} \bar{x}_p^k \quad (5.54)$$

OD交通 k の経路数を n_k とし、全OD交通についてみたその総数を n とする。

$$\sum_{k=1}^q n_k = n \quad (5.55)$$

容量関数は式 (5.23) のように 1 次式で仮定しているの、各道路区間の走行時間はつぎのように示される。

$$T_{ij} = a_{ij} \sum_{k, p \in ij} \bar{x}_p^k + b_{ij} \quad (5.56)$$

したがって、道路網内の総走行時間 TT は

$$TT = \sum_{ij=1}^m \left\{ \left(a_{ij} \sum_{k, p \in ij} \bar{x}_p^k + b_{ij} \right) \sum_{k, p \in ij} \bar{x}_p^k \right\}$$

$$= \sum_{ij=1}^m \left\{ \frac{1}{2} \left[\bar{x}_1^1, \bar{x}_1^2, \dots, \bar{x}_{n_1}^1, \bar{x}_1^2, \dots, \bar{x}_p^k, \dots, \bar{x}_{n_p}^q \right] \bar{A}_{ij} \begin{bmatrix} \bar{x}_1^1 \\ \bar{x}_1^2 \\ \vdots \\ \bar{x}_{n_1}^1 \\ \bar{x}_1^2 \\ \vdots \\ \bar{x}_p^k \\ \vdots \\ \bar{x}_{n_p}^q \end{bmatrix} - \bar{B}_{ij} \begin{bmatrix} \bar{x}_1^1 \\ \bar{x}_1^2 \\ \vdots \\ \bar{x}_{n_1}^1 \\ \bar{x}_1^2 \\ \vdots \\ \bar{x}_p^k \\ \vdots \\ \bar{x}_{n_p}^q \end{bmatrix} \right\} \quad (5.57)$$

とあらわすことができる。ここに、

$$\bar{A}_{ij} = \begin{bmatrix} e_{rs} \end{bmatrix} \begin{matrix} (n) \\ (n) \end{matrix} \quad (r, s = 1, 2, \dots, n) \quad (5.58)$$

ただし、

$$e_{rs} = \begin{cases} 2a_{ij} & \left(\begin{array}{l} \text{ルートフローを } \bar{x}_1^1, \bar{x}_1^2, \dots, \bar{x}_{n_1}^1, \bar{x}_1^2, \dots, \bar{x}_p^k, \dots, \bar{x}_{n_p}^q \\ \text{とならべたときに、第 } r \text{ 番目のルートと第 } s \text{ 番目のルートが} \\ \text{アーク } ij \text{ を通るとき、} \\ \text{(その他のとき)} \end{array} \right) \\ 0 \end{cases}$$

$$\bar{B}_{ij} = [f_1^1, f_1^2, \dots, f_{n_1}^1, f_1^2, \dots, f_p^k, \dots, f_{n_p}^q] \quad (5.59)$$

ただし

$$f_{ij}^k = \begin{cases} -b_{ij} & (\text{ルートフロー } \bar{x}_{ij}^k \text{ がアーク } i,j \text{ を通るとき}) \\ 0 & (\text{その他のとき}) \end{cases}$$

さらに、変数ベクトルとして

$$\bar{\mathbf{x}}' = [\bar{x}_1^1, \bar{x}_1^2, \dots, \bar{x}_{n_1}^1, \bar{x}_{n_1}^2, \dots, \bar{x}_1^q, \dots, \bar{x}_{n_q}^q] \quad (5.60)$$

を定義しておく。プライムは転置を示す。

$\mathbf{T}\mathbf{T}$ を最小にするかわりに、 $\mathbf{F} = -\mathbf{T}\mathbf{T}$ を最大にすることを考える。

$$\begin{aligned} \mathbf{F}(\bar{\mathbf{x}}) &= -\mathbf{T}\mathbf{T} = \sum_{i,j=1}^m \{ \bar{\mathbf{B}}_{ij} \bar{\mathbf{x}} - \frac{1}{2} \bar{\mathbf{x}}' \bar{\mathbf{A}}_{ij} \bar{\mathbf{x}} \} \\ &= (\bar{\mathbf{B}}_1 + \bar{\mathbf{B}}_2 + \dots + \bar{\mathbf{B}}_m) \bar{\mathbf{x}} - \frac{1}{2} \bar{\mathbf{x}}' (\bar{\mathbf{A}}_1 + \bar{\mathbf{A}}_2 + \dots + \bar{\mathbf{A}}_m) \bar{\mathbf{x}} \\ &= \bar{\mathbf{B}} \bar{\mathbf{x}} - \frac{1}{2} \bar{\mathbf{x}}' \bar{\mathbf{A}} \bar{\mathbf{x}} \end{aligned} \quad (5.61)$$

となる。ここに、

$$\bar{\mathbf{B}} = \sum_{i,j=1}^m \bar{\mathbf{B}}_{ij} \quad (5.62)$$

$$\bar{\mathbf{A}} = \sum_{i,j=1}^m \bar{\mathbf{A}}_{ij} \quad (5.63)$$

つぎに、式(5.61)を最大にするときの制約条件を考える。明らかに各ルートフローは非負でなければならないから、

$$\bar{x}_{ij}^k \geq 0 \quad (\text{すべての } k, p \text{ に対して}) \quad (5.64)$$

すなわち、

$$\bar{\mathbf{x}} \geq 0 \quad (5.65)$$

なる条件式がまず必要である。また、ルートフローを用いる場合は、各ノードにおける連続の式は不要であるが、OD条件式が成立していなければならない。ただし、 \mathbf{V}_k はOD交通 k の交通量である。

ここで、

$$\sum_{p=1}^{n_k} \bar{x}_{ij}^p = \mathbf{V}_k \quad (k=1, 2, \dots, q) \quad (5.66)$$

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} \boxed{1, 1, \dots, 1} \\ (n_1) & \boxed{1, 1, \dots, 1} \\ & (n_2) & \boxed{1, 1, \dots, 1} \\ & & (n_q) \end{pmatrix} \quad (q) \text{ 個} \quad (5.67)$$

$$\mathbf{V}' = [\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2, \dots, \mathbf{V}_q] \quad (5.68)$$

とすると、式(5.66)は次式で表わされる。

$$R\bar{x} = V$$

(5. 69)

こうして、問題は式(5. 65)および(5. 69)のもとで、式(5. 61)を最大にする2次計画法として定式化される。

$$\left. \begin{array}{l} F(\bar{x}) = \bar{B}\bar{x} - \frac{1}{2}\bar{x}'\bar{A}\bar{x} \rightarrow \text{最大} \\ \text{制約条件} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \bar{R}\bar{x} = V \\ \bar{x} \geq 0 \end{array} \quad (5. 70)$$

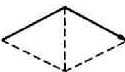
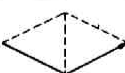


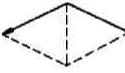

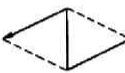
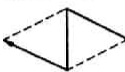
この場合、式(5. 58)の定義から \bar{A} は対称であるが、正定値か否かは直観的には判断しがたい。しかし、 $\bar{x}'\bar{A}\bar{x}$ は式(5. 57)をみてわかるように、 $\sum_{i,j=1}^m \{a_{ij} (\sum_{k,p \in ij} x_k^p)^2\}$ を行列表示したものにするにすぎないから、すべての a_{ij} が正であることから \bar{A} は常に正定値であるということが出来る。

さきの例(図-5. 1の道路網と表-5. 2のOD交通量)を用い、以下でこれらのことを具体的に示すとともに、実際に演算を行なってみる。

この場合の各ODの経路は表-5. 5のようになるので、各アークフローはつぎのようなルートフローから成る。

$$\begin{aligned} X_1 (=X_{12}) &= \bar{x}_1 + \bar{x}_3 \\ X_2 (=X_{21}) &= \bar{x}_2 + \bar{x}_3 \\ X_3 (=X_{13}) &= \bar{x}_1 + \bar{x}_4 \\ X_4 (=X_{31}) &= \bar{x}_2 + \bar{x}_4 \\ X_5 (=X_{24}) &= \bar{x}_1 + \bar{x}_4 \\ X_6 (=X_{42}) &= \bar{x}_2 + \bar{x}_4 \\ X_7 (=X_{34}) &= \bar{x}_1 + \bar{x}_3 \\ X_8 (=X_{43}) &= \bar{x}_2 + \bar{x}_3 \\ X_9 (=X_{32}) &= \bar{x}_4 + \bar{x}_3 \\ X_{10} (=X_{23}) &= \bar{x}_3 + \bar{x}_4 \end{aligned}$$

表-5. 5 ルート表

OD		
1 ↓ 4		\bar{x}_1
		\bar{x}_2
		\bar{x}_3
		\bar{x}_4
4 ↓ 1		\bar{x}_1
		\bar{x}_2
		\bar{x}_3
		\bar{x}_4

つぎに、先に定義した行列およびベクトルを作っておく。

式(5. 58)より

$$\bar{A}_1 = \begin{pmatrix} 2a_1 & 0 & 2a_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2a_1 & 0 & 2a_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \bar{A}_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2a_2 & 0 & 2a_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2a_2 & 0 & 2a_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

式 (5. 60) より,

$$\bar{x} = [\bar{x}_1^1, \bar{x}_2^1, \bar{x}_3^1, \bar{x}_4^1, \bar{x}_1^2, \bar{x}_2^2, \bar{x}_3^2, \bar{x}_4^2] \quad (5. 72)$$

式 (5. 59) および式 (5. 62) より

$$\begin{aligned} \bar{B} &= \sum_{i,j=1}^m \bar{B}_{ij} \\ &= -[9, 10, 11, 12, 9, 10, 11, 12] \end{aligned} \quad (5. 73)$$

式 (5. 67) より

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (5. 74)$$

式 (5. 68) より

$$V = \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.300 \\ 1.100 \end{pmatrix} \quad (5. 75)$$

以上のように各行列およびベクトルが与えられると、シンプレックスタブローが表-5. 6 のように得られる。ピボット操作を行なって、最適解に達したときのシンプレックスタブローが表-5. 7 である。すなわち、

表-5. 6 最初のステップにおけるシンプレックスタブロー

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	
Basis	\bar{x}_1^1	\bar{x}_2^1	\bar{x}_3^1	\bar{x}_4^1	\bar{x}_1^2	\bar{x}_2^2	\bar{x}_3^2	\bar{x}_4^3	λ_1	λ_2	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7	v_8	v_9	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	Const	
1 Z_1	-0.00626		-0.00096	-0.0043					-1	1									1										9
2 Z_2		-0.0095	-0.0019	-0.0016					-1		1									1									10
3 Z_3	-0.00096	-0.0019	-0.00338					-0.00052	-1			1									1								11
4 Z_4	-0.0043	-0.0016		-0.00642			-0.00052		-1				1									1							12
5 Z_5					-0.00626		-0.00096	-0.0043	-1					1									1						9
6 Z_6						-0.0035	-0.0019	-0.0016	-1					1										1					10
7 Z_7				-0.00052	-0.00096	-0.0019	-0.00338		-1						1										1				11
8 Z_8			-0.00052		-0.0043	-0.0016		-0.00642	-1							1										1			12
9 W_1	1	1	1	1																							1	1.300	
10 W_2					1	1	1	1																			1	1.100	
- Z	+0.01052	+0.0070	+0.00676	+0.01284	+0.01052	+0.0070	+0.00676	+0.01284	+4	+4	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-84	
- W	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-2.400	

表-5. 7 最終のステップにおけるシンプレックスタブロー (凡例 $0.123(-3) = 0.123 \times 10^{-3}$)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26			
Basis	\bar{x}_1^0	\bar{x}_2^0	\bar{x}_3^0	\bar{x}_4^0	\bar{x}_1^2	\bar{x}_2^2	\bar{x}_3^2	\bar{x}_4^2	λ_1	λ_2	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7	v_8	v_9	v_{10}	v_{11}	v_{12}	v_{13}	v_{14}	v_{15}	v_{16}	v_{17}	Const	
1 x_1^0	1	0.708	0.292								0.114(-3)	-0.114(-3)						0.114(-3)	-0.114(-3)									666.44	
2 λ_1		-0.577(-3)	0.577(-3)						1		-0.400	-0.600						-0.400	-0.600										-12.33
3 v_8		-0.233(-2)	0.181(-2)					-0.520(-3)			-0.292	-0.708	1					-0.292	-0.708	1									0.542
4 v_9		0.181(-2)	-0.233(-2)					-0.520(-3)			-0.708	-0.292		1				-0.708	-0.292		1								3.458
5 x_2^0					1	0.708	0.292							0.114(-3)	-0.114(-3)							0.114(-3)	-0.114(-3)						546.347
6 λ_2						-0.577(-3)	0.577(-3)		1					-0.400	-0.600								-0.400	-0.600					-11.912
7 v_7					-0.520(-3)		-0.233(-2)	0.181(-2)			-0.292	-0.708				1		-0.292	-0.708			1							0.687
8 v_6					-0.520(-3)		0.181(-2)	-0.233(-2)			-0.708	-0.292			1			-0.708	-0.292				1						3.343
9 x_1^0	1	0.292	0.708								-0.114(-3)	0.114(-3)						-0.114(-3)	0.114(-3)										633.562
10 x_2^0					1	0.292	0.708							-0.114(-3)	0.114(-3)									-0.114(-3)	0.114(-3)				553.683
-Z		+0.544(-6)	-0.387(-6)			+0.544(-6)	-0.387(-6)				-0.212(-6)	+0.212(-6)			-0.212(-6)	+0.212(-6)		+1.000	+1.000				+1.000	+1.000				0.000	

$$\begin{aligned}\bar{x}_1 &= 634, & \bar{x}_2 &= 666, & \bar{x}_3 &= 554, & \bar{x}_4 &= 546 \\ \bar{x}_5 &= \bar{x}_6 &= \bar{x}_7 &= \bar{x}_8 &= 0\end{aligned}$$

これをアークフローになおすと、さきの解とまったく同一となる。ここで、この結果について少し吟味しておく。ノード1からノード4に向うOD交通について見ると、経路 x_1 に666台が流れ、走行時間はそれぞれ10.66分、11.16分となっている。この場合、道路網全体での効率最大を達成するため、すなわち、総走行時間を最小にすべく、経路 x_2 の交通は経路 x_1 の交通に対し、不当にも走行時間の長くなる経路を運行させられている。しかし、運転者が各自の判断でより走行時間の短い経路を選択するかぎり、このような状態で実際に車が運行するとは考えられず、経路 x_1 の交通のうちのいくらかは経路 x_2 の方に移ると思われる。ノード4からノード1に向うOD交通についても同様なことが起こっている。このように、総走行時間最小化配分では、経路選択を運転者個人の判断に任せるのではなく、指定できることが前提となっている。そしてそのとき、指定した経路が各運転者によって最適であるかどうかは問題とはしていない。こういった事実からも、総走行時間最小化配分の道路交通流への適用が困難なことが理解されよう。

5.6 容量制約を有するときの配分法

これまで述べてきた総走行時間最小化配分は、各道路区間あるいは経路上の交通量が非負という条件のみで、上限については別に考慮しなかった。しかし、各道路区間に無制限に交通量が流れ得ないことは自明であり、自ずとその限界がある。また、ここで仮定した線型な容量関数は、交通量がある範囲までしか適用し得ない近似形であるため、この点でも各道路区間に容量制限を設けることも意味があると思われる。

以下では、5.4で述べたアークフローによる方法に加えて、各道路区間に固有の最大交通量を設定した場合について、配分法の定式化を試みる。

まず、各道路区間における交通量が、そのアークの交通容量以内でなければならないことから、次の制限条件式が導かれる。ここに

$$\sum_{k=1}^q y_k \leq c_{ij} \quad (i, j = 1, 2, \dots, m_1) \quad (5.76)$$

c_{ij} はアーク ij の交通容量である。ここで、

$$C' = [C_1, C_2, \dots, C_{11}, \dots, C_m] \quad (5.77)$$

なるベクトルを定義すると、式(5.76)は式(5.28)と式(5.77)から、つぎのように表示できる。

$$\sum_{k=1}^q y_k \leq C \quad (5.78)$$

制約条件としては、上式と式(5.32)および式(5.33)である。式(5.78)と式(5.33)をまとめてかくと、下のようなになる。ここに、

$$\left. \begin{aligned} I y_1 + I y_2 + \dots + I y_q + I s &= C \\ B y_1 &= d_1 \\ B y_2 &= d_2 \\ B y_q &= d_q \end{aligned} \right\} \quad (5.79)$$

ここで、 \mathbf{Y}^* と \mathbf{D} の行列を次のように定義すると

$$\mathbf{Y}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{y}_q \\ \mathbf{s} \end{bmatrix} \quad \{ (q+1) m \} \text{ 個} \quad (5.80)$$

$$D = \begin{pmatrix} C \\ d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_n \end{pmatrix} \quad \{m + (n-1) \cdot q\} \text{個} \quad (5, 81)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{I} & \dots & \mathbf{I} & \mathbf{I} \\ \mathbf{B} & & & 0 & 0 \\ & \mathbf{B} & & & \vdots \\ 0 & & & \mathbf{B} & 0 \end{bmatrix} \mathbf{Y}^* = \mathbf{D} \quad (5.82)$$

また、式 (5. 32) は次式で表記しておく。

$$\mathbf{Y}^* \geq 0 \quad (5.83)$$

さらに、行列 \mathbf{A} 、ベクトル \mathbf{b} およびベクトル \mathbf{Y} に、スラック変数 \mathbf{s} に対応する部分を付加え、あらためて以下のように定義する。

$$\mathbf{A}^* = \begin{pmatrix} \begin{array}{ccc} 2a & \cdots & 2a \\ \cdots & & \cdots \\ 2a & \cdots & 2a \end{array} & & & & 0 \\ & \begin{array}{ccc} 2a & \cdots & 2a \\ \cdots & & \cdots \\ 2a & \cdots & 2a \end{array} & & & \\ & & \begin{array}{ccc} 2a_{ij} & \cdots & 2a_{ij} \\ \cdots & & \cdots \\ 2a_{ij} & \cdots & 2a_{ij} \end{array} & & \\ & & & \begin{array}{ccc} 2a_m & \cdots & 2a_m \\ \cdots & & \cdots \\ 2a_m & \cdots & 2a_m \end{array} & \\ & & & & \begin{array}{ccc} 0 & \cdots & 0 \\ \cdots & & \cdots \\ 0 & \cdots & 0 \end{array} \\ 0 & & & & \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{b}^* = - [b_1, b_1, \dots, b_1, b_2, \dots, \overset{m}{\neq} b_{11}, \dots, \overset{m}{\neq} b_m, 0, \dots, 0] \quad (5.85)$$

$$\mathbf{Y}' = [y_1^{(1)} \ y_2^{(1)} \ \dots \ y_m^{(1)} \ y_1^{(2)} \ y_2^{(2)} \ \dots \ y_m^{(2)} \ \dots \ y_1^{(m)} \ y_2^{(m)} \ \dots \ y_m^{(m)} \ s_1 \ s_2 \ \dots \ s_m] \quad (5.86)$$

このようにすると、目的関数である式(5.42)はつぎのように書直される。

$$F(\mathbf{Y}) = \mathbf{b}^* \mathbf{Y} - \frac{1}{2} \mathbf{Y}' \mathbf{A}^* \mathbf{Y} \quad (5.87)$$

ここで、 \mathbf{Y} と \mathbf{Y}^* とは要素のならび方に相違があるので、これを \mathbf{Y} の形に統一するため \mathbf{Q}^* なる行列を定義する。ここに、 $\mathbf{1}_l$ ($l=1,2,\dots,m$)は第 l 行の要素がすべて1で他はすべて零の m 行 q 列の行列である。これを用いると式(5.82)は式(5.89)のように表記される。

$$\mathbf{Q}^* = \left(\begin{array}{c|c|c|c|c} \mathbf{1}_1 & \mathbf{1}_2 & \cdots & \mathbf{1}_m & \mathbf{I} \\ \hline \mathbf{B}_1 & \mathbf{B}_2 & \cdots & \mathbf{B}_m & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{B}_1 & \mathbf{B}_2 & \cdots & \mathbf{B}_m & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{B}_1 & \mathbf{B}_2 & \cdots & \mathbf{B}_m & \mathbf{0} \end{array} \right) \quad \begin{array}{l} \{m(m-1)q\} \text{ 個} \\ \\ \\ \end{array} \quad (5.88)$$

$$\mathbf{Q}^* \mathbf{Y} = \mathbf{D} \quad (q+1)m \text{ 個} \quad (5.89)$$

また、 \mathbf{Y}^* は \mathbf{Y} と並びかえても同じことであるから、式(5.83)を次式で示しておく。

$$\mathbf{Y} \geq 0 \quad (5.90)$$

以上により、容量制限を考慮したアークフローによる総走行時間最小化配分は、次のような2次計画法として定式化される。

$$\left. \begin{array}{l} F(\mathbf{Y}) = \mathbf{b}^* \mathbf{Y} - \frac{1}{2} \mathbf{Y}' \mathbf{A}^* \mathbf{Y} \rightarrow \text{最大} \\ \text{制約条件} \\ \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{Q}^* \mathbf{Y} = \mathbf{D} \\ \mathbf{Y} \geq 0 \end{array} \right. \end{array} \right\} \quad (5.91)$$

この場合も \mathbf{A}^* は対称で正定値であるから、解の実行可能性については問題がない。

ただ、与えられたOD交通量が対象とする道路網内で処理できるのかどうか、すなわち、配分交通量がどの道路区間においても容量制限内におさまるのかどうか、あらかじめ検討しておく必要がある。なぜなら、もしこれが道路網内で処理できる限度以上であれば、実行不能となり、配分自体が無意味になるからである。この検討は、ODパターン(OD交通量の相対比)を一定とおき、線型計画法を応用することによって行なえる。

これまで用いたのと同じ例題(図-5.1の道路網、表-5.1の道路係数、表-5.2のOD交通量)を通して実際に配分演算を行なってみる。各アークの容量制限は表-5.1のように与えておく。

変数ベクトル \mathbf{Y} は、

$$\mathbf{Y}' = [y_1^{(1)} \ y_2^{(1)} \ y_3^{(1)} \ y_4^{(1)} \ y_5^{(1)} \ y_6^{(1)} \ y_7^{(1)} \ y_8^{(1)} \ y_9^{(1)} \ y_{10}^{(1)} \ y_1^{(2)} \ y_2^{(2)} \ y_3^{(2)} \ y_4^{(2)} \ y_5^{(2)} \ y_6^{(2)} \ y_7^{(2)} \ y_8^{(2)} \ y_9^{(2)} \ y_{10}^{(2)} \ s_1 \ s_2 \ s_3 \ s_4 \ s_5 \ s_6 \ s_7 \ s_8 \ s_9 \ s_{10}] \quad (5.92)$$

定数から構成されるベクトル \mathbf{b}^* および行列 \mathbf{A}^* は、

$$\mathbf{b}^* = - \left(4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 2, 2, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 \right)$$

(5.93)

$$\mathbf{A}^* = \begin{pmatrix} \mathbf{A} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (5.94)$$

ただし、 \mathbf{A} は式(5.51)に示すものであり、 \mathbf{A}^* は 30×30 行列である。

$$D' = (1000, 1000, 800, 800, 400, 400, 900, 950, 950, 1300, 0, 0, -1100, 0, 0,)$$

(5. 9 5)

接属行列 **B** はすでに式 (5. 47) で求められているから \hat{A}^* は

[illegible]

以上より、式(5.19)および式(5.20)に対応させてシプレックスタブローを作り、ピボット操作を行なうと、下の解が得られる。

$$\begin{aligned} y_1^{(1)} &= 500, & y_2^{(1)} &= 800, & y_3^{(1)} &= 400, & y_7^{(1)} &= 900, & y_{11}^{(1)} &= 100 \\ y_2^{(2)} &= 400, & y_4^{(2)} &= 100, & y_6^{(2)} &= 400, & y_8^{(2)} &= 700, & & \\ y_1^{(3)} &= y_4^{(3)} = y_6^{(3)} = y_8^{(3)} = y_9^{(3)} = y_{11}^{(3)} = y_3^{(2)} = y_5^{(2)} = y_7^{(2)} = y_{10}^{(2)} = y_{12}^{(2)} = 0 \end{aligned}$$

$$y_2^{(2)} = 400, \quad y_4^{(2)} = 100, \quad y_6^{(2)} = 400, \quad y_8^{(2)} = 700,$$

$$y_2^{(1)} = y_4^{(1)} = y_6^{(1)} = y_8^{(1)} = y_{10}^{(1)} = y_1^{(2)} = y_3^{(2)} = y_5^{(2)} = y_7^{(2)} = y_9^{(2)} = y_{11}^{(2)} = 0$$

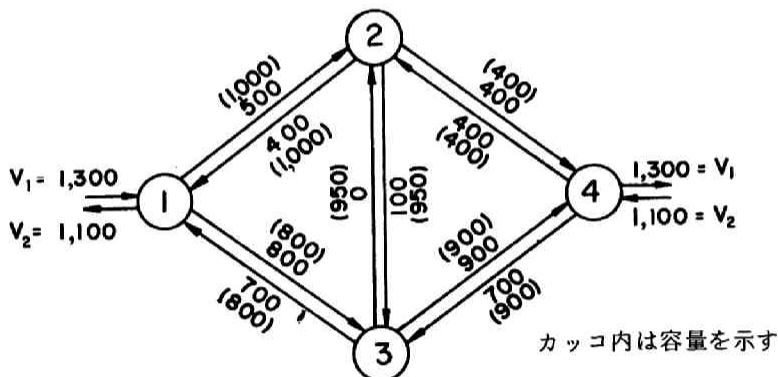
これを図示したのが図-5. 3である。これを見ると、アーク3, 5, 6, 7で交通量が容量制限いっぱいまで流れており、容量制限を考慮しなかった場合の図-5. 1に比べてフローパターンがかなり変っ

ていることがわかる。

5.7 結 語

走行時間が交通量の1次関数で表わされると、総走行時間最小化配分は2次計画法で定式化できる。また、この目的関数は凸であるため、得られた解は最適解であることが保証されている。

定式化はアークフローあ



図+5.3 容量制限があるときの配分結果

いはルートフローのいずれでも可能であるが、アークフローでは道路網の形態をあらわす接属行列さえ与えられれば比較的簡単に定式化ができるのに対し、ルートフローでは前もって経路選定を行なわねばならないので配分作業はそれだけ面倒になる。それにルートフローでは、理論的には選択可能なすべての経路を対象とすべきであるが、その場合取扱変数の数が無限大となってしまうので、同一地点を2度以上は通らないなどの制約を設けて経路選択を行なう。要するに、ルートフローよりはアークフローを用いる方が理論的取扱いが明快であり、配分作業も手間が少なく済む。

一方、2次計画法においては、解法によっても異なると思われるが、本文で用いた Wolfe の解法では、実変数の約4倍の変数の数を要するため、大規模な道路網に対しては計算機の容量や計算時間あるいは費用等の点から、実用上問題が少なくない。したがって、たとえばマルチコピー的な繰返しによる計算方法を採用するなど、別の面からの計算方法の改良が望まれる。

また、与えられたOD交通量が、各道路区間に容量制限を有した対象とする道路網内で処理できるかどうかという、解の実行可能性についても検討しておく必要がある。

ところで、総走行時間最小化配分は、計算例の結果からも説明したように、ある特定の交通は、走行時間のより短い経路が存在しているにもかかわらず、わざわざ走行時間の長い経路を運行させられることがある。このようなことは、運転者が各自の判断で走行時間のより短い経路を選択することを考えるとあり得ないことであろう。したがって、この総走行時間最小化配分は、現実の道路交通現象を反映したものとはいいい難く、個々の運行がコントロール可能な、たとえば、工場内などの財の輸送といった面に限って適用するのがよいと思われる。

なお、本論文では交通量と走行時間の関係で表わされる容量関数が1次式である場合にかぎっているが、これが一般的な非線型な形になると、SLP⁴⁴⁾ (Sequential Linear Programming) や SUMT^{44), 45)} (Sequential Unconstrained Minimization Technique) の適用⁴⁶⁾が考えられる。

第6章 各配分原則の近似計算法および 配分原則の適用について

6.1 概 説

本章では実用的な見地に立った各配分原則の近似計算法について述べ、そのあと、各配分原則の実際の適用について考えてみることにする。

交通量配分の手法はこれまで数多くの方法が開発されてきているが、そのうちで大規模な道路網に対し、実用的な方法として最もよく用いられているのが分割法とよばれているものである。¹⁶⁾ 分割法ではOD交通量を何層かに分割しておいて、ある層の配分計算が終了するたびに各道路区間の走行時間を修正し、次層の各OD交通量はこの修正した走行時間のもとでの各最短経路に配分していく方法をとる。本文ではこの分割法の妥当性およびその理論的背景について論究するとともに、配分諸原則における分割法の有用性について考察する。

著者は従来の数多くある交通量配分法を分類し、(1)時間比原則、(2)等時間原則、(3)総走行時間最小化原則の3つに整理している。

まず時間比原則はあるOD交通について見た場合、走行時間の短い経路ほどその選択率が高いという原則であり、等時間原則とは各OD交通ごとに利用する経路については走行時間が同じで、利用しない経路についてはそれ以上の時間を要する配分である。また、総走行時間最小化原則とは、道路網を全体的に眺めたトリップに要する総走行時間が最小となるような配分である。しかし、この3つの配分原則は全く無関係というわけではなく、その関連性については以下のように説明することができる。時間比原則と等時間原則についてみると、時間比原則の配分一般式はあるOD間の経路選択率がその走行時間の逆比の n 乗で効いてくるようになってくる。このとき n の値が大きいくことは経路選択に際してそれだけ走行時間が敏感にひびいてくるということであり、逆に n が零に近づけば走行時間はあまり関係しなくなる。つまり、前者の場合は等時間原則の解に、後者の場合は均等配分の解に近づくことを示している。一方、等時間原則と総走行時間最小化原則の関係については、ある走行時間に対しての交通処理能力を表わす容量関数の形を少し変形すれば、この2つの配分原則は全く同様な方法で取扱うことができることが明らかとなっている。¹⁵⁾

ところで著者は時間比配分についてあるOD間の経路が互に重ならない簡単な例を通じ、解の一意性を考察するとともに、その計算法についても考えてきた。その計算法には2通りあって、その1つはあるODについての時間比が満足されると、次にODを取換え、同様な計算を順次繰返して、全てのODについて時間比が成立するまで行なう収束計算による方法であり、他の1つは分割法で行なう方法である。このときの分割法というのは最初に述べたような各層のOD交通を距離最短経路だけに配分するという方法ではなく、時間比であらかじめ指定された複数の対象経路に配分していく方法である。その後この2つの計算法をいくつかの例題によって確かめたところ解に顕著な差は認めら

れなかった。このことから時間比配分はあるOD交通の経路が互に重なる一般的な場合も解の一意性が帰納されるし、同時に計算もはなはだ容易となる

以上のことから従来の分割法は時間比配分の分割法において時間比係数 n が無限大の場合に相当することが理解され、その背景となる配分原則は等時間原則であったことがわかる。しかし、従来の分割法では必ずしも等時間原則の解に一致するとはかぎらない。なぜならODパターン（OD交通量の相対比）一定のもとに、OD交通量を増大させながら等時間配分を行なっていくと既存経路の消滅することがあるからである¹¹⁾。したがって、この分割法は等時間原則に対する近似解法として解釈されるべきであろう。

等時間配分を分割法で行なっていけば、既に述べたように容量関数を変換することによって総走行時間最小化配分も分割法で求めることができる。結局、時間比原則、等時間原則、総走行時間最小化原則いずれにしろ分割法によって解は求められるのである。

これらの解は必ずしも厳密解とは一致しないが、交通量の不規則性などを考慮すれば現実の道路網を評価する場合、この程度の分割法による近似計算でも実用上十分であろう。各配分原則の厳密解を求める方法はすでに述べてきたようにそれぞれ存在するが、そのいずれも理論的にはかなり高度であり、計算方法も手順が相当入り組んでくる。それに比べると分割法は誰にでも容易に理解ができ、また容量関数が非線型であっても簡単に計算ができる利点をもつ。以上のことから分割法は実用的な簡便法として大いに利用されてよいことがいえる。なお、カット法の計算に類似させて、既存経路の消滅が可能な改良分割法も考えることができる。この方法は計算の手間は多少増えるが、より厳密な解が要求されるときにはこの方法を用いるとよい。

さて、配分原則の適用の仕方については、その原則のもっている意味や解の性質などから、結論的にいえば次のように考えていくことができるものと思われる。

都市間などのように比較的トリップ距離が長い場合は、途中経路に関する情報が不案内ということもあって、たいていその間の経路は限定されてくる。したがって、このような場合を対象とするときには、時間比配分を適用するほうがより現実的であると思われる。これに対して都市内交通などのようにトリップの対象範囲が狭い場合は、トリップ回数も多く交通事情に関する情報蓄積も豊富であろうから、情報が完全な状態と仮定してもそれほど不都合はないと考えられるので、等時間原則配分を適用するのがよい。一方、総走行時間最小化原則は上の2つの配分原則とは異なり、経路選択は運転者の主観的判断にもとづいては行なわれないことがたてまえとなっているので、この配分原則はある一つの管理主体によってコントロールされてしかるべき効率最大を目的とする交通（流れ）を対象とするのが適当と考えられる。

6.2 時間比配分における収束計算法と分割計算法³⁾

OD交通 k の p 番目経路交通量（パスフロー）を x_p^k ，その走行時間を T_p^k としたとき、OD交通 k の間における p 番目経路の選択率 m_p^k は走行時間の逆比で決定されるから次式によって示される。

ただし、OD交通 k の経路は r_k 本、OD交通は q 個あるものとする。 Q_k はOD交通 k の交通量である。

$$m_p^k = \frac{x_p^k}{Q_k} = \frac{(T_p^k)^{-\alpha}}{\sum_{p=1}^{r_k} (T_p^k)^{-\alpha}} \quad (6.1)$$

$$\left(\begin{array}{l} p = 1, 2, \dots, r_k \\ k = 1, 2, \dots, q \end{array} \right)$$

ところで、道路区間 ij の走行時間 T_{ij} は、その交通量に対して一般的には下に凸なる増加関数となっており、これを次のように表わしておく。

$$T_{ij} = \phi(X_{ij}) \quad (6.2)$$

区間交通量 X_{ij} はその道路区間を通過する各ODの経路交通量を加算したものであるから、

$$X_{ij} = \sum_{k,p \in ij} x_p^k \quad (6.3)$$

これを用いると式(6.2)は式(6.4)のように記述される。

$$T_{ij} = \phi\left(\sum_{k,p \in ij} x_p^k\right), \quad (6.4)$$

また、パスフロー x_p^k の走行時間 T_p^k はその経路が経由するすべての区間走行時間を累加したものであるから、式(6.4)より下ようになる。

$$T_p^k = \sum_{ij \in k,p} T_{ij} = \sum_{ij \in k,p} \phi\left(\sum_{k,p \in ij} x_p^k\right), \quad (6.5)$$

よって、式(6.5)を式(6.1)に代入して、走行時間が交通量によって変動する時間比配分の一般式は次のように導かれる。

$$\frac{x_p^k}{Q_k} = \frac{\left\{ \sum_{ij \in k,p} \phi\left(\sum_{k,p \in ij} x_p^k\right)^{-\alpha} \right\}}{\sum_{p=1}^{r_k} \left\{ \sum_{ij \in k,p} \phi\left(\sum_{k,p \in ij} x_p^k\right)^{-\alpha} \right\}} \quad (6.6)$$

$$\left(\begin{array}{l} p = 1, 2, \dots, r_k - 1 \\ k = 1, 2, \dots, q \end{array} \right)$$

このとき、パスフローは x_p^k は常にOD条件式を満たさねばならないため、式(6.6)は p については $r_k - 1$ 個でよい。OD条件式とは、あるOD交通についてのパスフローの合計がそのOD交通量に一致していることを示すもので次式で表わされる。

$$\sum_{p=1}^{r_k} x_p^k = Q_k, \quad (k=1, 2, \dots, q), \quad (6.7)$$

結局、式(6.6)と式(6.7)から成る連立方程式を解けば配分が実行できることになるが、その計算方法には、収束計算法と分割計算法が考えられる。

6.2.1 収束計算法

いま単一のOD交通でその間に互いに重ならない平行な経路がある単純な例を考える。ここで、さきの記号を簡略化し、パスフローを x_p 、OD交通量を Q と記しておく。そうすると、式(6.6)の時間比条件式は次式と同値である。

$$\begin{aligned} x_1 \phi^n(x_1) &= x_2 \phi^n(x_2) = \dots \\ &= x_p \phi^n(x_p) = \dots = x_r \phi^n(x_r), \end{aligned} \quad (6.8)$$

式(6.8)においては各項とも x が正の範囲では単調増加関数であるため、この式中のどれか一変数 x_p にある正値を与えると、これに対応して他の変数 x_l ($l \neq p$) も正値がそれぞれ1個ずつ一意的に決定される。このことは式(6.9)に示す関数 $F(x_l)$ の性質を調べると明らかである。したがって、 x_p が与えられると x_l は $F(x_l) = 0$ なる x_l を探し出せばよい。

$$F(x_l) = x_l \phi^n(x_l) - C = 0, \quad (6.9)$$

ただし、 $C = x_p \phi^n(x_p)$: 所与

そこで、この x_p と1対1に対応する他の各変数 x_l との関係を次式で表わしておく。

$$x_l = h_l(x_p), \quad (l \neq p, l=1, 2, \dots, r) \quad (6.10)$$

つぎに、式(6.10)をOD条件式(6.7)に代入し、 Q を移行して次のような関数 $G(x_p)$ を定義する。

$$G(x_p) = x_p + \sum_{l \neq p}^r h_l(x_p) - Q \quad (6.11)$$

この式において $G(x_p) = 0$ となれば、OD条件式を満たすということである。この関数の性質から、 $G(x_p) = 0$ を満たす x_p は、第3章で説明したように $0 \sim Q$ の間でただ1つ存在することがわかるが、このことは同時にこの x_p に対して他の変数 x_l もそれぞれ1個ずつ定まるということである。こうして単一のOD交通ではすべて成分が正で、かつOD条件式を満足する解ベクトルが一意的に定まることがいえた。以下にこれらのことを用いたその計算法を示しておく。

(1) まず初めに、 $x_p = Q_k$ とおき、この x_p に対して(2)を行なう。

- (2) $F(Q_l) > 0$ なる Q' の探索を行なう。
- (3) 2点 $[0, F(0)]$, $[Q_l, F(Q_l)]$ を通る直線と x_1 軸との交点 $x_1^{(1)}$ を求める。
- (4) 点 $[x_1^{(1)}, F(x_1^{(1)})]$ の接線と x_1 軸との交点 $x_1^{(1+1)}$ を求める。
- (5) $F(x_1^{(1+1)})$ が零に十分近いかどうか調べる。十分零に近いときは $x_1^{(1+1)}$ を x_1 とおき(6)にうつる。そうでないときは i を1だけ増やして、(4)にもどる。
- (6) すべての l について(2)から(5)までを繰り返す。ただし、 $l \neq p$ 。
- (7) 上で求めた各 x_1 を関数 $G(x_p)$ に代入して、 $G(Q_k)$ を求める。
- (8) 2点 $[0, G(0)]$, $[x_p = Q, G(Q_k)]$ を通る直線と x_p 軸との交点を x_p とし、ここで、 x_p を $x_p^{(j=1)}$ とおく。
- (9) この $x_p^{(1)}$ に対して、(2)から(6)までの操作を行ない $G(x_p^{(j)})$ が零に十分近いかどうか調べる。十分小さいときは(12)へ、そうでないときは(10)にうつる。
- (10) $G(x_p^{(j)})$ の符号を調べ、これと反対の符号をもつこれまでのうちで最も繰返回数の大なる $G(x_p^{(j')})$ を取出す。そして、この2点 $[x_p^{(j)}, G(x_p^{(j)})]$, $[x_p^{(j')}, G(x_p^{(j')})]$ を結ぶ直線を x_p 軸との交点を $x_p^{(j+1)}$ とする。
- (11) $x_p = x_p^{(j+1)}$ として、(2)にもどる。
- (12) これでOD交通 k に関する各経路交通量は一応求めたので、これらの交通量を固定して、次のOD交通についての計算にうつる。
- (13) このような(1)から(12)までの計算を何回も繰返し、各OD交通の経路交通量が一定値に収束するまで続ける。

なお、この計算手順のフローチャートは図-3.3に示してあるが、これはどのOD交通の経路も互に重ならない平行な場合である。重なる場合であれば、計算はさらに繰返計算が付加して複雑となってくる。しかし、基本的な考え方は変わるところがないので省略する。

6.2.2 分割計算法

上の収束計算法に対して分割計算法は理論なものとはいえないが、その手順は以下の通りである。

- (1) 与えられたOD表に対し、全OD交通量(総トリップ数) N で各OD交通量を除し、単位OD表 P (前記ODパターンと同義)を作成する。
- (2) つぎに N を m 分割し、これを ΔN とおく。

$$\frac{N}{m} = \Delta N \quad (6.12)$$

- (3) 最初に零フロー時の走行時間比で $\Delta N \cdot P$ のOD交通量を道路網に配分して各道路区間の交通量を求め、この交通量に対応した走行時間を算定する。
- (4) この走行時間比を用いて次の $\Delta N \cdot P$ を配分する。
- (5) 第1回目、第2回目の配分交通量を累計し、これを用いて第3回目の $\Delta N \cdot P$ を配分する。
- (6) 以下同様にして計算するごとに交通量を累加し、走行時間を修正して m 回目まで計算を行なう。

なお、この分割計算法ではあらかじめ指定された経路のみに配分する。

6.2.3 計算例

収束計算法による例題はすでに第3章で示したので、ここでは同じ例題を用いて分割法による解との比較を行なうことにする。

この例題（例題Ⅱ）の諸元を改めて記しておくと、道路網は図－3.8に示すもので、以下のような4つのOD交通が存在する場合であった。また、各OD交通の経路はとりあえず図－3.8のように指定しておいた。

OD 1－4	$Q_1 = 2,000$ 台
OD 2－5	$Q_2 = 6,000$ 台
OD 2－6	$Q_3 = 5,000$ 台
OD 3－5	$Q_4 = 9,000$ 台

このとき、区間交通量とその走行時間の関係は1次式で仮定しており、

$$T_{ij} = a_{ij} \cdot X_{ij} + b_{ij} \quad (6.13)$$

上式における各道路区間の固有の定数 a 、 b は表－3.2に示してある。また、時間比係数は $n = 6$ としている。

経路交通量および区間交通量および区間交通量についてその結果を示したのがそれぞれ表－6.1、表－6.2の収束計算法の欄である。当然のことながら各ODについて走行時間の短い経路ほどその選択率は高くなっている。

表－6.1 収束計算法と分割法による時間比配分、経路交通量（ $n = 6$ のとき）

		OD交通量(台)	$Q_1 = 2,000$		$Q_2 = 6,000$		$Q_3 = 5,000$		$Q_4 = 9,000$	
		経 路	x_1^1	x_2^1	x_1^2	x_2^2	x_1^3	x_2^3	x_1^4	x_2^4
収 束 計 算 法		交 通 量 (台)	386	1,614	2,371	3,629	3,075	1,925	2,680	6,320
		走行時間 (分)	67.8	53.5	62.8	58.5	38.3	41.4	55.7	48.6
分割法	$m = 5$	交 通 量 (台)	414	1,586	2,313	3,687	3,063	1,937	2,616	6,384
		走行時間 (分)	67.6	53.4	62.2	58.8	38.0	41.1	55.1	48.6
	$m = 10$	交 通 量 (台)	412	1,588	2,325	3,675	3,053	1,947	2,605	6,395
		走行時間 (分)	67.6	53.4	62.2	58.8	38.0	41.1	55.1	48.6
	$m = 100$	交 通 量 (台)	409	1,591	2,331	3,669	3,050	1,950	2,603	6,397
		走行時間 (分)	67.6	53.4	62.2	58.8	38.0	41.1	55.1	48.6
	$m = 1,000$	交 通 量 (台)	408	1,592	2,331	3,669	3,050	1,950	2,603	6,397
		走行時間 (分)	67.6	53.4	62.2	58.8	38.0	41.1	55.1	48.6

表-6.2 収束計算法と分割法による時間比配分, 区間交通量 ($n = \alpha$ のとき)

		道 路 区 間	X_{12}	X_{23}	X_{34}	X_{45}	X_{56}	X_{16}	X_{36}
収 束 計 算 法		交 通 量 (台)	7,060	7,168	11,563	10,335	5,437	5,832	4,605
		走 行 時 間 (分)	15.9	10.2	27.4	20.9	24.5	22.4	31.2
分 割 法	$m = 5$	交 通 量 (台)	6,963	7,210	11,657	10,484	5,343	5,790	4,553
		走 行 時 間 (分)	15.7	10.2	27.5	21.1	24.2	22.3	30.9
	$m = 10$	交 通 量 (台)	6,966	7,210	11,658	10,482	5,342	5,790	4,553
		走 行 時 間 (分)	15.7	10.2	27.5	21.1	24.2	22.3	30.9
	$m = 100$	交 通 量 (台)	6,972	7,210	11,658	10,475	5,342	5,790	4,553
		走 行 時 間 (分)	15.2	10.2	27.5	21.1	24.2	22.3	30.9
	$m = 1,000$	交 通 量 (台)	6,973	7,210	11,658	10,474	5,342	5,790	4,553
		走 行 時 間 (分)	15.7	10.2	27.5	21.1	24.2	22.3	30.9

つぎに分割法であるが、分割数 m の多少によって解にどれほどの差が生じるかを見るために、 m が5等分、10等分、100等分、1,000等分の場合について行なってみた。その結果は同じく表-6.1, 6.2の分割法の欄に示してある。ここで興味あることは分割数がかかなり違っても大して差がなかったことである。このことはもちろん交通量の多少によっても異ってくるので一般的にはいえないが、実際に分割法によって計算を行なう場合、1回の分割による区間交通量が数千台ぐらいまでなら実用上十分であろうと考えられる。

さて、収束計算法と分割計算法による配分結果を比較してみよう。多少数値の異なるところがあるものの、これら2つの方法による配分結果にはほとんど差がないといってもよいであろう。しかしながら、分割数 m をいくら大きくしても繰返計算法の解に一致することはない。したがって、時間比配分における分割計算法は簡便的な近似計算法といえることができる。

この例題では各OD交通の経路が互に重ならない簡単な場合を考えたが、実際には経路が相互に重なってもっと複雑である。そのとき収束計算法ではさらにその計算過程の中で何重かの繰返計算が加わってくるのづ、それだけ作業手順も多くなって計算も煩雑になってくる。それに比べると分割法では一般的な場合でも同様な取扱いをすることができる。これらのことから、分割法は実用的見地より見てきわめて有用な方法といえることができる。また、経路が重なる一般的な場合の解の一意性についても以上のことから保証されよう。

6.3 時間比原則と等時間原則との関係

時間比係数 n は経路選択に際しての情報(本文においては経路走行時間だけであるが)を運転者群が全体としてどの程度得ているかを表すパラメータと考えることができる。 n の値をいろいろ変えて、このことを実際に計算で示してみる。前節と同じ例題で、 $n = 1$ 、 $n = 30$ のときについて配分計

算を行なったところ表-6.3のような結果が得られた。ただし、計算は分割法を用い、分割数は100である。表-6.1の $n=6$ のときの結果も併せて見るとよいが、 n の値が大きくなるほど各OD交通

表-6.3 時間比係数 n による解の相違

	OD交通量(台)	$Q_1=2,000$		$Q_2=6,000$		$Q_3=5,000$		$Q_4=9,000$	
	経 路	x_1^1	x_2^1	x_1^2	x_2^2	x_1^3	x_2^3	x_1^4	x_2^4
$n=1$	交 通 量(台)	824	1,176	2,638	3,362	2,708	2,292	3,576	5,424
	走行時間(分)	72.7	46.3	67.9	54.1	38.2	46.9	66.7	44.2
$n=30$	交 通 量(台)	19	1,981	2,292	3,708	3,291	1,709	2,395	6,605
	走行時間(分)	64.9	55.7	60.6	60.0	38.4	39.3	51.1	49.6

の経路交通量の差は大きくなるのに対し、経路走行時間の差は次第に小さくなってきている。これは式(6.1)を見ても容易にわかるように、 n の値が大きくなるほど経路選択における時間の効き方が大きくなっていくからである。したがって、選択可能な経路がすべて指定されているとすると、 n が無限大になった場合、各ODの交通はその間の何本かの経路に集中し、それらの走行時間に差がなくなることがわかる。つまり、等時間原則の配分に一致する。逆に n が零になれば、経路選択における走行時間の情報価値は無くなって、各経路の選択率は全く等しくなり、均等配分と同一になる。現実には走行時間は交通量の変動にともなって不確定なものであり、各運転者もあいまいな情報のもとに経路選択を行なっているので、 n は零から無限大までのある値をとっているものと思われる。

ところで、従来の分割法においては、分割された各層のOD交通量はそれまでに得られた交通量によって修正された走行時間のもとに、その時間最短経路に全て配分されていた。このことは時間比配分における分割法において n が無限大の場合に相当している。よって、従来の分割法は等時間原則に従うべく配分を実行していたことが以上のことからうかがえる。

いまこの分割法による配分と等時間原則による配分の結果を比較してみると表-6.4、6.5のよう

表-6.4 従来の分割法による経路交通量

		OD交通量(台)	$Q_1=2,000$		$Q_2=6,000$			$Q_3=5,000$		$Q_4=9,000$	
		経 路	x_1^1	x_2^1	x_1^2	x_2^2	x_3^2	x_1^3	x_2^3	x_1^4	x_2^4
分割法	$m=10$	交 通 量(台)	—	2,000	1,800	3,600	600	3,500	1,500	1,800	7,200
		走行時間(分)	(63.2)	56.5	57.8	61.9	59.1	37.3	38.6	48.5	51.2
	$m=100$	交 通 量(台)	—	2,000	1,800	3,660	540	3,750	1,250	2,250	6,750
		走行時間(分)	(64.5)	56.0	60.1	60.4	60.8	38.3	39.0	50.4	50.0
	$m=1,000$	交 通 量(台)	—	2,000	1,872	3,558	570	3,745	1,225	2,142	6,858
		走行時間(分)	(64.6)	56.0	60.3	60.3	60.4	38.6	38.6	50.0	50.0

注) x_3^2 は2-3-6-5なる経路である。 - 150 -

表-6.5 従来の分割法と等時間原則配分の解, 区間交通量

		道路区間	X_{12}	X_{23}	X_{34}	X_{45}	X_{56}	X_{16}	X_{36}
等時間原則の解		交通量(台)	7,619	7,381	12,417	10,417	4,583	5,619	3,964
		走行時間(分)	16.7	10.4	28.9	21.0	21.8	21.8	28.3
分割法	$m=10$	交通量(台)	7,300	7,700	12,800	10,800	4,200	5,300	3,900
		走行時間(分)	16.2	10.6	29.7	21.6	20.5	21.7	27.9
	$m=100$	交通量(台)	7,500	7,450	12,410	10,410	4,590	5,500	4,040
		走行時間(分)	16.6	10.4	28.9	21.0	21.8	21.7	28.6
	$m=1,000$	交通量(台)	7,617	7,383	12,416	10,416	4,584	5,617	3,967
		走行時間(分)	16.7	10.4	28.9	21.0	21.8	21.8	28.3

になる。表-6.4は経路交通量であり、表-6.5は道路区間の交通量である。表-6.1を表-6.4と対比させて気づくことは、この場合OD交通1では経路 x_1^1 が零となり、OD交通2ではさきの例になかった経路 x_3^2 が存在していることである。時間比配分では経路の与え方に対し、それぞれ固有の解が存在する。そのために表-6.1の例題では計算の便宜上図-3.8のような経路を指定しただけである。この点で時間比配分はその評価の際に客観性に欠けるということができよう。これに対して等時間原則配分では、原則にもとづいた各OD交通の経路は絶対的に唯一決定され、この例題では表-6.4のようになるということである。

このとき、分割数による解への影響度は時間比配分における分割法に比し若干大きくなっているようである。そして、本例題では分割数が1,000のとき等時間原則の解に厳密に一致しているということができよう。分割数が10等分、100等分の結果をみると、興味あることは走行時間の短い経路が必ずしも選択率が高いとは限らないことである。したがって、分割のきざみがありに大きいと配分交通量を経路交通量で評価しようとする場合には、その説明に困難な点が生じてこよう。

表-6.4では等時間原則配分による経路交通量は示していないが、これは第4章で説明したように経路交通量が一意的に定まらないからである。また、表-6.5の区間交通量はカット法を用いて計算している。

ついでに、第4章で示した道路網が図-4.33の例題(逐次パターン変化法の例題3)を分割法で配分してみると表-6.6のようになる。やはり両者の解は一致しているといっていよいであろう。

さて、いままで述べてきた分割法ではOD交通量各層の配分交通量を順次積み重ねていった場合、既存経路が消滅しないことが前提となっている。したがって、OD交通量の相対比一定のもとに交通量を漸次増加させたとき、等時間原則を満たす既存の経路が消滅しなければ、分割法による解は等時間原則の解と同一になるといえる。上で示した2つの例題はこのような場合であった。

表-6.6 等時間配分と分割配分による結果、区間交通量と区間走行時間

道 路 区間名	等 時 間 原 則 配 分		分 割 配 分 法	
	区 間 交 通 量	区 間 走 行 時 間	区 間 交 通 量	区 間 走 行 時 間
1-2	11,621台	22.9分	11,608台	22.9分
2-3	10,023	62.3	10,019	62.3
3-4	15,303	32.5	15,304	32.5
4-5	25,299	38.4	25,281	38.3
6-8	19,521	70.1	19,504	70.7
8-9	7,397	36.2	7,396	36.2
1-9	11,826	92.0	11,820	92.0
1-5	14,844	55.4	14,833	55.4
2-5	14,259	32.5	14,252	32.5
4-5	30,456	62.2	30,425	62.2
5-7	35,399	59.5	35,370	59.5
7-8	15,977	13.3	15,959	13.3
7-9	9,143	22.9	9,154	22.9

注) 本計算は第4章、図-4.33の例題に対して行なったものである。分割数は1,000である。

しかし、等時間原則においては第4章の一定増分法の計算例(図-4.25)で示したように、既存経路が消滅することがある。このような場合には分割配分と等時間原則配分との解は異なったものとなる。たとえば、この第4章の例題を分割配分法で行なうと図-6.1(a)のようになる。(b)

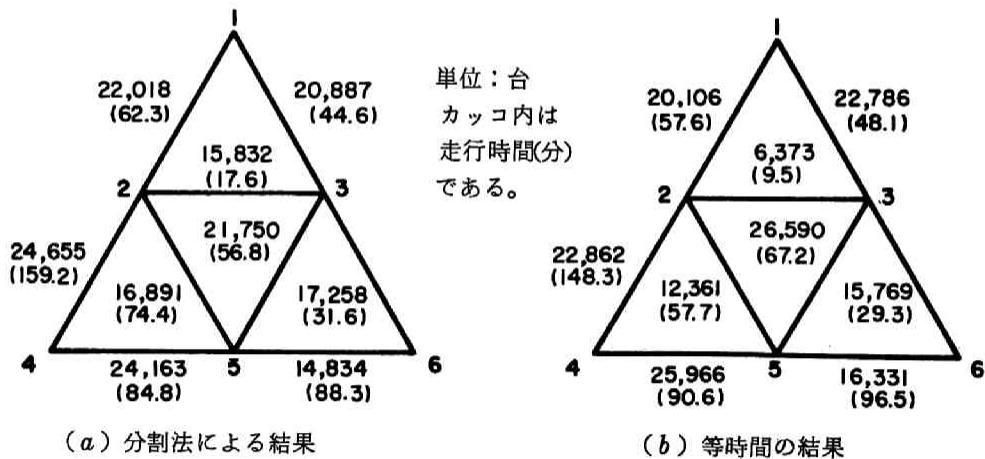
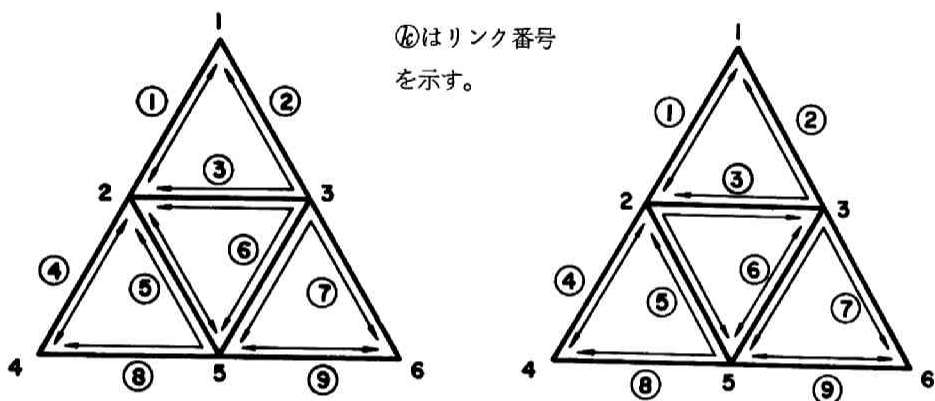


図-6.1 既存経路が消滅する場合の分割配分法および等時間配分の解



(a) 分割法による等時間パターン

(b) 等時間配分による等時間パターン

図-6.2 区間走行時間より見た等時間パターン

表-6.7 分割配分法による経路区間交通量

OD	道路区間	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	7,680	2,783	2,783	0	0	0	0	0	0
	3	0	8,376	0	0	0	0	0	0	0
	4	14,339	5,197	5,197	19,535	0	0	0	0	0
	5	0	3,492	0	0	0	3,492	0	0	0
	6	0	1,044	0	0	0	0	1,044	0	0
2	3	0	0	2,436	0	0	0	0	0	0
	4	0	0	1,011	5,011	8,629	1,011	0	9,640	0
	5	0	0	1,504	0	8,263	1,504	0	0	0
	6	0	0	2,796	0	0	0	2,796	0	0
3	4	0	0	110	110	0	5,122	0	5,122	0
	5	0	0	0	0	0	6,623	0	0	0
	6	0	0	0	0	0	0	9,419	0	0
4	5	0	0	0	0	0	0	0	7,318	0
	6	0	0	0	0	0	0	0	2,088	2,088
5	6	0	0	0	0	0	4,004	4,004	0	12,747

図は等時間配分の結果である。また、図-6.2は道路区間の走行時間から見た等時間パターンであり、表-6.7は各OD交通についての経路区間交通量を示す。なお、分割法で得られた等時間パターンは等時間原則という真の等時間パターンではなく、見せかけの等時間パターンである。

これらの結果を比較してみると、等時間配分では計算途中でOD交通3-2-4の経路3-2-4が消滅するにもかかわらず分割配分法ではそうはならないので、まず三角ループ235の中の等時間パター

ンが等時間配分のそれとは違ってきている。そのため、OD交通2-5の交通量が経路2-3-5にも回るようになって、道路区間23上の交通量が等時間配分の2倍以上となっている。また、OD交通3-4についてみると、経路3-2-4の走行時間は経路3-5-4に比べて35.2分も長いのにそのいずれにも交通量が配分されている。したがって、ここで明らかに等時間原則を満たしていない。

このように分割配分法では、その分割のきざみが十分小さくても、必ずしも等時間配分と一致するとはいえないが、たとえ一致しない場合でも大規模な道路網を対象としたマクロな観点に立てば、分割法による解でも実用的には十分と考えられる。

以上のことから、従来の分割法による配分計算は等時間原則に対する近似計算法として位置づけることができ、実用上きわめて有用であることがいえる。

6.4 等時間原則と総走行時間最小化原則との関係

等時間原則と総走行時間最小化原則の関係についてはすでに Jorgensen³¹⁾ も試みているが、これは電気回路網の理論にアナロジーさせて導いたものであり、交通量が零の経路は走行時間も零になるという不合理な面があった。これに対して京都大学の井上博司氏は次のように説明している。いま理解を容易にするため、6.2のように単一のOD交通について考え、記号もそのまま用いることにする。

総走行時間TTは次式で示されるが、そのとき x_p の備えるべき条件は式(6.15)、(6.16)である。

$$TT = \sum_{p=1}^r \phi(x_p) x_p \quad (6.14)$$

$$x_p \geq 0, \quad (p=1, 2, \dots, r) \quad (6.15)$$

$$\sum_{p=1}^r x_p = Q \quad (6.16)$$

したがって、式(6.15)、(6.16)を満足し、式(6.14)を最小にするような x_p を求めればよい。ここで、式(6.14)に負号を付して、式(6.16)の条件式を考慮して次のようなラグランジュ方程式を作る。

$$Z = - \sum_{p=1}^r \phi(x_p) x_p + \lambda (\sum x_p - Q), \quad (6.17)$$

Kuhn - Tucker の定理から目的関数が最大となるための必要十分条件は

$x_p \geq 0$ なる p については

$$\frac{\partial Z}{\partial x_p} = 0$$

すなわち

$$\lambda = \frac{d}{dx_p} \{ \phi(x_p) x_p \} \quad (6.18)$$

$x_p = 0$ なる p については

$$\frac{QZ}{Qx_p} \leq 0$$

すなわち

$$\lambda \leq \frac{d}{dx_p} \{ \phi(x_p) x_p \} \quad (6.19)$$

それに

$$\frac{QZ}{Q\lambda} = 0$$

すなわち

$$Q = \sum_{p=1}^r x_p \quad (6.20)$$

である。いま q 番目の経路までが $x_p \geq 0$ の条件を満たすとする、結局式 (6.18) は

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx_1} \{ \phi(x_1) x_1 \} &= \frac{d}{dx_2} \{ \phi(x_2) x_2 \} = \dots \\ &\dots = \frac{d}{dx_q} \{ \phi(x_q) x_q \} \quad (6.18') \end{aligned}$$

と導ける。式 (6.18) において各項を仮定の走行時間と見なすと、この式は等時間条件式と全く同一であることがわかる。したがって、式 (6.15), (6.16) の条件を満たし、式 (6.18) が成立するような配分を行えばよいから、総走行時間最小化原則の配分計算は等時間原則配分と同じように取扱うことができるのである。すなわち、容量関数を $T = \phi(X)$ としたとき、総走行時間最小化原則配分は容量関数を $T = d\{\phi(X)\} / dX$ と変換すれば等時間原則と等価となる。また、このことから逆に、等時間原則配分は容量関数 $T = \phi(X)$ を $T = \{ \int_0^x \phi(X) dX \} / X$ と変換すれば等価となることもいえる。¹⁵⁾

よって、総走行時間最小化配分も容量関数を変換することによって分割法で解を求めることができる。しかしながら、こうして求められる解が必ずしも厳密解に一致しないことは等時間原則配分の項で述べたのと同じことである。

さて、容量関数の形が

$$\phi(X) = aX^r \quad (6.21)$$

であれば、両原則による配分交通量は同一になることがわかっている。^{15), 31)} しかし、容量関数は式

(6.21) のような形をしていないので、ふつう両者の解が一致することはあり得ない。いま容量関数が下に凸なる関数であるとしているので、これをたとえば次式のような形で近似することができる。²⁴⁾ ただし、 a_1 は非負なる定数である。このとき、交通量が十分多ければ式 (6.22) における第2項以

$$\phi(X) = a_0 X^r + a_1 X^{r-1} + \dots + a_{n-1} X + a_n, \quad (6.22)$$

下は無視すると考えてもよいので、この場合は近似的に式(6.21)の形で表記できることになる。つまり、交通量 X が増えるにともなう、式(6.21)と式(6.22)の形の相対的な差は次第にちぎまってくるので、等時間配分と総走行時間最小化配分の解は漸次近づいていくことがいえる。表-6.5の例題において各OD交通量を2倍、3倍にして等時間配分および総走行時間最小化配分を行なったところ表-6.8のようになった。両者の解が次第に接近しているのがわかるであろう。

表-6.8 OD交通量の増大にともなう等時間原則と総走行時間最小化原則の配分結果の接近

倍 数	配分原則	X_{12}	X_{23}	X_{34}	X_{45}	X_{56}	X_{16}	X_{36}
1	E T	7, 619	7, 381	12, 417	10, 417	4, 583	5, 619	3, 964
	T T M	11, 396	3, 603	10, 599	8, 599	6, 401	9, 397	2, 004
2	E T	22, 793	7, 206	21, 198	17, 198	12, 802	18, 794	4, 008
	T T M	22, 842	7, 158	20, 911	16, 911	13, 089	18, 842	4, 248
3	E T	45, 683	14, 317	41, 822	33, 822	26, 178	37, 683	8, 495
	T T M	45, 731	14, 269	41, 534	33, 534	26, 466	37, 731	8, 735

注) E Tは等時間原則、T T Mは総走行時間最小化原則をさす。倍数の1、2、3はそれぞれ、図-3.8の例題におけるOD交通量を倍数したものをさす。

著者は従来より等時間原則の配分パターン(区間交通量の相対比)は交通量が増大していけば総走行時間が小さくなる方向に変化していくことを主張してきたが、^{6), 9)}これらのことは上の説明によっても理解することができるであろう。

6.5 改良分割法

これまでの分割法では、その計算途中における既存経路の消滅はないことが前提となっていたため、必ずしも等時間原則配分の解が求められるとはかぎらなかった。そこで、第4章のカット法のところで述べた一定増分法の計算に類似させて、既存経路をその計算過程において消滅させることができる次のような改良分割法を考えてみた。その計算手順は以下のとおりである。

- (1) 与えられたOD表に対し、全OD交通量(総トリップ数) N で各OD交通量を除し、単位OD表 P を作成する。
- (2) つぎに N を m 分割し、これを ΔN とおく。
- (3) 最初に零フロー時の走行時間を用いて $\Delta N \cdot P$ を各OD交通の最短経路に配分し、各道路区間の交通量に対応した各道路区間の走行時間を求める。
- (4) 修正された走行時間を用いて次の $\Delta N \cdot P$ を各OD交通の最短経路に配分し、再び各道路区間上の走行時間を求める。
- (5) 各OD交通ごとの経路走行時間が等しいかどうか調べる。すべてのOD交通について等しけれ

ば(7)へとび、そうでないときは(6)にうつる。

(6) 既存経路のうちで走行時間が明らかに長いと思われる経路（1つのOD交通について1本とはかぎらない）の交通量を、同じODの他の走行時間の短い経路に修正配分する。このとき、修正配分はすべてのOD交通について同時に行ない、そのあとまた改めて各道路区間の走行時間を修正しておく。そして、再び(5)にもどる。

(7) 与えられたOD交通量のすべてが配分し終るまで(4)～(6)の手順を繰返す。

もともと分割計算法は、簡便に行なうというのがその趣旨であるから、いたずらにきざみ量を少なくして配分を行なってもそれだけ計算量が多くなるし、それに実用上はそれほど精度の高い解を要求することもないと思われるので、計算手順(5)の判定はそれほど厳密なものでなくてよいであろう。計算手順(6)においては、1回の修正配分経路交通量の合計を高々500台というように適当に決めておき、各経路の修正配分交通量は、その段階における当該経路交通量でこれを比例配分したものを用いる。たとえば、修正配分しようとする経路がいま2本あって（同一のODでも異なるODでもどちらでもよい）、その交通量がそれぞれ3,000台、2,000台とすると、各経路の修正配分交通量は300台（ $500 \times 3,000 / (2,000 + 3,000)$ ）と200台（ $500 \times 2,000 / 5,000$ ）になる。このようにしなければならない理由は、ある路線上で何本かの経路が重なっておれば、この共通部分である路線が経路として消滅する場合、これらすべての経路が同時に消滅しなければならないからである。

このように改良分割配分法はさきに述べた分割法に比較して計算手間は少々増えるが、修正配分の段階においては逐一経路探索を行なう必要はなく、単に経路交通量の移し変えだけでよいから計算時間もそれほど多くは要しない。そして、分割のきざみさえ十分小さければ必ず等時間原則あるいは総走行時間最小化原則の解を求めることができる。

6.6 各配分原則の評価における問題点とその適用について

交通量配分に関する方法論はこれまで数多く開発されてきているが、従来これらが統一的に論ぜられることはほとんどなく、また、これらの評価における問題点や実際上における適用のあり方についても深く論究されることはなかったようである。

これまでですぐれた配分モデルといえば、実績交通量に対してよく適合するものというのが一般的な議論のようであったが、これだけではきわめて根拠に乏しい主張といわねばならないだろう。その理由^は、交通量自体が常にきまりきった一定のものではなく、諸条件によって著しく変化するものであるにもかかわらず、配分交通量をただ一回きりの調査によって得られた実績交通量と比較したところで大した意味はないし、それに、実績交通量に適合させるということにのみ固執すれば、恣意的にそのようなモデルは作成できるからである。重要なことは、単に実績の交通量に適合させるということではなく、各種の条件が異なる場合にそなえて、いかに論理的斉合性をもって予測し得る配分モデルを目指していくかということであろう。すでに述べてきたように、道路網内の交通現象はきわめて複雑であるため、ある前提や仮定のもとに配分原則を設定してそのもとに理論構成がなされている。いまのところ、道路網交通流に関する一般的な法則性は明らかではないが、いずれの配分原則にしろO

Dパターン（OD交通量の相対比）一定のもとにOD交通量が増えていけば、すでに述べたように配分パターン（区間交通量の相対比）は総走行時間が小さくなる方向に次第に変化していくようである。配分モデルであるというかぎり少くともこの程度の性質は満たすことが必要であろう。

ところで、配分原則は時間比、等時間、総走行時間最小化原則の3つに分類されるが、そのもっている概念はそれぞれ異なっている。簡単にいえば、時間比配分と等時間配分は、運転者が自分自身の主観判断で経路選択を行なうということが前提となっており、そのとき前者は経路に関する情報が不完全な場合、後者は完全な場合と考えることができよう。これに対して総走行時間最小化配分は、トリップの経路選択に対して指定できることが前提となっており、道路網全体としてみた効率最大を目的とする配分といえる。

一方、これら配分原則の評価における問題点を整理して述べておくと、まず時間比配分ではモデルの性質上どうしても経路を先決して行なわねばならないことで、そのとき経路指定の仕方によってそれぞれ固有の経路交通量が得られることである。また、運転者群全体として経路に関する情報をどの程度得ているかを示す時間比係数 n をどのように決定するかも問題であり、配分交通量はこれによって異なってくる。等時間配分では、この原則を満たす各OD交通ごとの経路と、全OD交通についてみた各道路区間交通量は唯一に定まるが、各OD交通の経路交通量は一意的ではない。つまり、各道路区間交通量のOD構成の内訳は任意であるということである。総走行時間最小化配分についても同じことがいえる。したがって、これらあとの2つの配分原則では、経路交通量で配分結果を評価するよりは、道路区間交通量で評価するほうが問題が少ないと思われる。

これらの配分原則のうち総走行時間最小化原則は、各運転者の主観的判断によって経路選択を行なうといういまわれわれが対象としている道路交通流の概念とは少し異なるので、この原則はひとまず除外して考えるにしても、実際に交通量配分を行なう際には、時間比原則と等時間原則をどのように適用していくかが問題となる。現実の交通現象により近いということであれば、時間比配分を用いる方がよいと思われるが、この原則はいまも述べたように経路指定の仕方によって結果が異なってくる。それに、たとえば街路網計画や交通規則の問題を議論するとき、その代替案が膨大であれば逐一それに対して経路指定を行なうのは困難であるし、またどうしてもこの経路指定には恣意的な計画者の個人的意志が入ってくる。したがって、比較的地域の範囲が狭い街路網計画や交通運用計画を対象とする場合であればトリップ距離もそれほど長くないし、またトリップ回数も多いことから、その間に運転者達は選択経路に関する情報にもある程度通じていると思われるので、評価の客観性に重点を置いた等時間配分を適用するのが適当と考えられる。この原則が実際の交通現象に適合するかどうかその保証はないけれど、少くともトリップが同じODパターンで何回となく繰返されるという前提をおけば、あながち現実と矛盾したものとはいえず、むしろ理論的にはより近いものになるということができよう。しかし、都市間道路網の計画などを行なう場合は、時間比原則で配分を行なうほうが現実的であろう。なぜなら、都市間などのようにトリップ距離が長くなってくるとその間の経路はたいいてい限定されてくるし、都市内交通ほど走行時間に敏感に反応して経路を変更することは考えられないか

らである。このように、交通量配分では現実の交通現象に忠実であるということと、評価上の客観性とは必ずしも一致しないが、どちらに重点を置くかについては、その場合に応じて適宜考えていけばよいであろう。他方、総走行時間最小化配分も、バスあるいは高速鉄道といった大量輸送機関の運行を決定する場合や、中央管制によりすべて自動制御で行なう交通運行が将来実現すれば、適用することが可能であろう。しかし、この配分原則では全体の効率最大のために、ある部分の交通にわざわざ遠回りさせるという不当な犠牲を強いることがあるので、総走行時間最小化配分は、ある1つの管理主体によってコントロールされてしかるべき交通を対象とするのが適当と考えられる。

ところで、同じOD交通量を時間比原則と等時間原則で行なった例が表-6.2と表-6.5であるが、大して差はない。また、時間比原則と総走行時間最小化配分はOD交通量が増大していけば次第に接近していくことは前節で述べたとおりである。したがって、いずれの配分原則を用いたところで配分結果にほとんど差がないことのあることが考えられる。このことから見ても、さきのような単に実績の交通量によく適合するものがすぐれているというような主張は、各配分原則のもっているそれぞれの概念が上のように異なったものであることを考えてみても、何ら根拠のないことがわかる。

以上述べてきたように、交通量配分法にも数多くあり、その考え方の背景も一様ではないので、どの配分を適用すべきかは単純には結論を出しがたいが、その対象とする交通がどのような種類のもので、どのような性質を有しているかによってそれぞれに応じた配分原則を適用していくのがよいと思われる。要するに、配分モデルは現実の交通量によく適合することも重要であるが、それよりも現象を旨く説明できるかということと、評価における客観性の保持のほか、その原則を適用する正当性について考慮をはらうことが重要である。そのとき、その配分理論の構成にあたっての前提や仮定、が現実により近いものであれば、当然実際の交通量にもよく適合してくるはずである。

6.7 結 語

以上、交通量配分における時間比原則、等時間原則、総走行時間最小化原則の関連性を説明すると同時に、これらはいずれも分割計算法によって解が求められることを明らかにしてきた。しかしながら、等時間原則、総走行時間最小化配分では、きざみ幅をいくら小さくしても必ずしも厳密解が求められるとはかぎらず、また時間比配分についてもある程度までしか厳密解には近づかない。等時間配分と総走行時間最小化配分では、カット法の計算に類似させて既存経路の消滅が可能な改良分割法を考えることができるので、より厳密な解が要求されるときにはこの方法を用いるとよい。いずれにしろ、これら配分諸原則における分割法は簡便であり、実用的見地から見てきわめて有用性が高いといえよう。

また、配分原則の適用にあたっては、長距離トリップを対象とするときは時間比原則、短距離トリップを対象とするときは等時間原則、経路選定がコントロールされてしかるべき交通は総走行時間最小化原則を適用するということによって考えていくことができる。

第7章 道路網の最大容量について

7.1 概 説

市民生活や経済活動が円滑に営まれるためには、交通需要に対して十分な容量をもった交通網の整備がなされねばならないことはいうまでもないが、逆の面から見れば、各種の開発計画が交通網の容量に見合った適正な規模で進められることが望ましいともいえる。とくに最近では超高層ビル、大住宅団地、流通センターといった大規模プロジェクトが次々と実施されているおりから、都市活動の最適規模を交通網の面から検討することはきわめて意義あることと思われる。一般にこのような大規模プロジェクトからの発生あるいは集中交通量は膨大であるため、これらの関連交通量がよほど巧みに処理されないと、既存の交通施設に過度の負担をかけ、プロジェクトそのものの実現性も阻害されることになって、その結果都市活動に著しい混乱を引起すことにもなりかねない。

一方また、昨今の自動車交通量の伸びは依然増大を続けているが、どの程度の総トリップ数まで現状道路網でその機能が維持できるのかを知ることともきわめて重要な問題である。最近各地において、交通流の円滑化をはかるため幹線街路の一方通行を企画したり、歩行者の安全を確保するため裏通りからの車の締出しを行なうなど、今日の逼迫した交通事情をいくらかでも緩和するべく、各種の交通規制が行なわれようとしている。しかし、一方通行や裏通りからの車の締出し等の交通規制が無計画に行なわれると、その分だけ迂回交通量も増えるため道路網全体でさばき得るトリップ数が低下し、かえって交通事情を悪化させる可能性があるので十分検討しておかなければならない。

これらの問題はネットワークの容量に大いに関することであり、この評価分析法の確立が望まれる。しかしながら、すべての交通機関を含めた交通網全般についての考察はフローとして取扱う以前にまだ考究すべき問題がきわめて多いので、本論文においては対象を道路網のみに限定することにする。すなわち、各道路区間の容量が与えられた場合、ODパターンを保持しつつどれだけのトリップ数が既存道路網で処理し得るのかという道路網の最大容量の評価法についての方法論を示すものである。ところで、道路網の最大容量は、個々のOD交通の運行がどのように行なわれるかによって異ってくるため、交通量配分の問題とはきわめて関連が深い。そこで本文では、トリップ運行は各運転者の主観的判断にもとづいて行なわれるものとして、つぎのように最大容量を定義することになっている。すなわち、OD交通量をODパターン一定のもとに漸増させながら配分を行なってその段階ごとに交通量が容量に達した道路区間を除去して検討した場合、トリップ運行が不能なOD交通が最初に出現する、いいかえると道路網がはじめて非連結となる総トリップ数をこの道路網の最大容量とするのである。

道路網の非連結性の検定は、道路区間の容量を両方向同じにして取扱うときはカットセットで、両方向を別個に取扱うときには隣接行列（頂点行列ともいう）を応用した到達行列を用いて行なうこと

ができる。要するに、本論文でいう道路網の最大容量とは、トリップ運行の形態を問題としない絶対的な最大容量をいうのではなく、それぞれ固有のODをもったトリップが自身にとって最も好都合のように走行した場合、どのOD交通も各経路の容量以下の状態で走行できる、かなり円滑な交通状態で走行可能な最大トリップ数をいう。網の最大容量は運行形態のほか、ODパターンの与え方によっても違ってくるが、ここでは固定されているものと考えてことにしている。これはODパターンで比較していった場合、道路網容量が最大になるのは、隣接地点（ノード）間だけからなるODパターンのときであることは明らかであり、考察の対象とはなり得ないからである。このようにしておけば、大規模プロジェクトに対する開発規模の限界は、そこから生成されるODパターンを既存道路網の交通量に上積みしていくことによって検討することができる。

ODパターンの制約のもとでの道路網の容量に関する研究は、これまで交通量配分理論の体系化がなされていなかったことに加えて、計算手法そのものにも実用上問題点が少なくなかったため、このことが障害となってあまり手がつけられなかったようである。従来の研究では、西村論文⁹⁾と三好・山村論文²⁰⁾が見られるぐらいである。まず西村論文ではODパターンが固定されているとしてつぎのような2つの方法を示している。その1つは、道路網を切断して、その容量に対する単位OD交通量による断面交通量の比の最小値を最大容量とするものであり、これをカット法（本文におけるカット法と混同するので、以後はこれを容量カット法ということにする）とよんでいる。他の1つは、総トリップ数を漸次増加させながら各OD交通量をその最短経路のみに配分していく方法であり、これを最短経路法といっている。この方法では、配分交通量が道路区間の容量に到達すれば順次その道路区間を削除していく、これらの集合が道路網に対してはじめてカットセットをなす総トリップ数をその道路網で処理できる最大容量としている。そして、容量カット法では道路網容量の上限が、最短経路法では下限が求められると説明されている。一方、三好・山村論文では、ODパターンが固定されておれば、各道路区間の容量を制約条件とした線型計画法によって網の絶対的 maximum 容量は求められるとしている。しかし、これらいずれの方法においても交通の流れ方は現実に即したのではなく、西村論文の容量カット法および三好・山村論文では絶対 maximum 容量を達成するべくトリップ運行が行なわれたときの流れ方である。そしてこの場合、西村論文の容量カット法では個々のOD経路についてはまったく考慮しないところに特徴がある。

こうした考え方に対して、本論文では走行時間と交通量の相互関係を考慮して、交通量が「ある配分原則に従って流れる」としたときの道路網の最大容量について考察しようとするものである。西村論文の距離最短法の概念はどちらかといえばこういった考え方に近いものと思われるが、本研究は次の諸点で異なるものである。第1点は、交通量配分原則を明確に導入している点であり、第2点は、配分計算の段階ごとに交通量が道路区間容量に達しているかどうかを検討することである。そして第3点は、道路区間の容量を方向別に取り扱う場合も考えたことである。第2点の重要性は、総トリップ数が増加しても道路区間の配分交通量は必ずしも増加するとはかぎらず減る場合もあるため、いった

ん容量に達してもその後また容量内におさまる可能性が残されているからである。また、第3点では、方向別に区間容量を取扱う場合、あるノードペア間のトリップ運行が不能であるという道路網の非連結性を表わすのはカットセットでは困難であるからである。

なお、ここでいう道路網の最大容量は上述のごとく、ODパターンの与え方と、走行時間によって影響される配分交通量が関係してくるため、シングルコモディティフローのように単に容量値から見たミニマムカットセットで得られる最大容量とも、また、西村論文や三好・山村論文でいう絶対的 maximum 容量とも区別しておく必要がある。

7.2 従来の研究

7.2.1 西村の方法

西村は実用的なことに重点をおいて、比較的容易に行なえると思われる2つの方法を示している。その1つは、道路網におけるカットセットを求め、その容量に対する断面交通量の比の最小値を最大容量とする容量カット法であり、他の1つは、最短経路配分法によって流れ得る最大容量を求める最短経路法である。

(i) 容量カット法

与えられた道路網を $G(N, A)$ とする。 N はノードの集合を表わし、 A は道路区間（リンク）の集合を示す。 N を2つの部分集合 X, \bar{X} に分割するカット $C(X, \bar{X})$ を考えると、このカットで X から \bar{X} に向う交通容量 $C(X, \bar{X})$ とその断面交通量 $Q(X, \bar{X})$ はそれぞれ次式で表わされる。

$$C(X, \bar{X}) = \sum_{x \in X} \sum_{y \in \bar{X}} C_{xy}, \quad (xy \in A), \quad (7.1)$$

$$Q(X, \bar{X}) = \sum_{i \in X} \sum_{j \in \bar{X}} P_{ij}, \quad (i, j \in N), \quad (7.2)$$

ただし、 C_{xy} はノード x, y を結ぶ道路区間の容量を示し、 P_{ij} は単位OD表（ODパターンと同義）の ij 要素である。

$$\sum_i \sum_j P_{ij} = 1 \quad (7.3)$$

このとき、カットを流れる最大交通量は次式で与えられる値を越えることができない。

$$\begin{aligned} T_k &= T(X, \bar{X}) \\ &= \frac{C(X, \bar{X})}{Q(X, \bar{X})} \\ &= \frac{\sum_{x \in X} \sum_{y \in \bar{X}} C_{xy}}{\sum_{i \in X} \sum_{j \in \bar{X}} P_{ij}} \end{aligned} \quad (7.4)$$

したがって、すべてのカットセット集合 \mathbf{K} のうち次式で得られる T が、 \mathbf{P} なるODパターンに対するその道路網の上限の最大容量である。

$$T = \min_{c(x, \bar{x}) \in \mathbf{K}} \frac{C(X, \bar{X})}{Q(X, \bar{X})} \\ = \min_k T_k, (k \in \mathbf{K}) \quad (7.5)$$

(ii) 最短経路法

この方法の概要は次に示すようになっている。

(1) 単位OD交通量 \mathbf{P} を各OD交通の最短経路に配分し、そのときの道路区間 $i-j$ の配分交通量を $q_{ij}^{(h)}$ とする。ただし、 h は計算段階のステップ数である。

(2) 道路区間 $i-j$ の残余容量 $\bar{C}_{ij}^{(h)}$ に対する配分交通量 $q_{ij}^{(h)}$ の値が最小なる S_h を求める。

$$S_h = \min_{ij} \frac{\bar{C}_{ij}^{(h)}}{q_{ij}^{(h)}}, \quad (ij \in \mathbf{N}), \quad (7.6)$$

(3) 計算手順(1)の配分交通量を S_h 倍して、次の計算ステップにおける各道路区間の残余容量を求めておく。

$$\bar{C}_{ij}^{(h+1)} = \bar{C}_{ij}^{(h)} - q_{ij}^{(h)} S_h \quad (7.7)$$

(4) 計算手順(2)において S_h が求められた道路区間は計算手順(3)において、その残余容量が零となるので、この道路区間を道路網から除去しておく。

(5) 除去された道路区間の集合が道路網における1つのカットセットをなすとき、これまでに得られた S_h の合計 S をこの道路網における下限の最大容量とする。カットセットになっていなければ再び計算手順(1)にもどって計算を続ける。

ところで、この方法において主張される上限あるいは下限の最大容量ということが、どのように交通量が流れても必ずこの範囲内に納まるということを意味するのかどうか明確ではない。上限に関しては問題がないにしても、下限については各OD交通に対して可能なかぎり迂回するような経路だけを指定すれば、さらに小さな最大容量を定めることもできるからである。また、式(7.5)を満たすカットセットを求める場合、膨大な数のカットセットの中からいかに能率よく探索するかも考慮しなくてはならない点であろう。この場合、式(7.5)を満たすカットセットはあとで示す三好・山村論文で見られるように、ただ一つとはかぎらずいくつも存在することがあり、また、これらのカットセットを構成する道路区間のすべてが容量に達しているということではない。したがって、この方法

ではどの道路区間の交通量が容量に達しているかわからないので、隘路となっている道路区間を改良していくような計画を策定する際には適用することが困難と思われる。

7.2.2 三好・山村の方法

OD交通 k の交通量を Q_k で表わし、このOD交通の道路区間 i, j における i から j に向う交通量を $y_{ij}^{(k)}$ で表わすと、各ノードにおいては次の連続条件式が成立している。

$$\left. \begin{aligned} \sum_j (y_{ij}^{(k)} - y_{ji}^{(k)}) &= Q_k && (i \text{ が発ノードのとき}) \\ &= -Q_k && (i \text{ が着ノードのとき}) \\ &= 0 && (\text{その他のとき}) \end{aligned} \right\} \quad (7.8)$$

この条件式は道路網のノードが n 個であるとき $(n-1)$ 個成立する。

つぎに、ある道路区間 i, j を通る交通量はこの容量 C_{ij} を越えることはできないから、次式が成立しなければならない。

$$\sum_k (y_{ij}^{(k)} + y_{ji}^{(k)}) \leq C_{ij} \quad (7.9)$$

この条件式は道路区間の数 m 個だけ成立する。

また、この場合はODパターンは一定と仮定されているから、つぎの条件式が成立している。

$$\frac{Q_k}{\sum_k Q_k} = \text{一定} \quad (\text{すべての } k \text{ について}) \quad (7.10)$$

この条件式についてはOD交通の数を q 個とすれば $(q-1)$ 個でよい。

結局、条件式 (7.8), (7.9), (7.10) のもとで、総トリップ数を最大にすればよいから、これは線型計画法の問題となる。

$$N = \sum_k Q_k \rightarrow \text{最大} \quad (7.11)$$

たとえば、図7.1の道路網で式(7.12)のODパターンのもとに最大トリップ数(最大容量)および、そのときの道路区間交通量を求めると、図7.2のようになる。なお、図7.1における数字は各道路区間の容量である。道路区間23, 34, 56にはまだ余裕があるのに対し、その他の道路区間では容

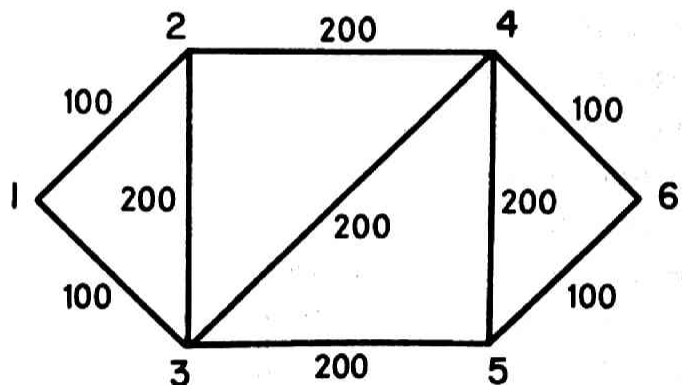


図-7.1 道路網と道路区間容量

量いっぱいまで交通量が流れていることがわかる。西村の方法の式(7.5)を満たすカットセット

は5本存在し、図-7. 2に示すカット $C_1 \sim C_5$ であるが、このうちそのカットセットを構成する道路区間の交通量がすべて容量に達しているのはカット C_1 と C_5 だけである。したがって、式(7. 5)だけからでは、どの道路区間の交通量が容量に達しているかは知ることとはできないのである。

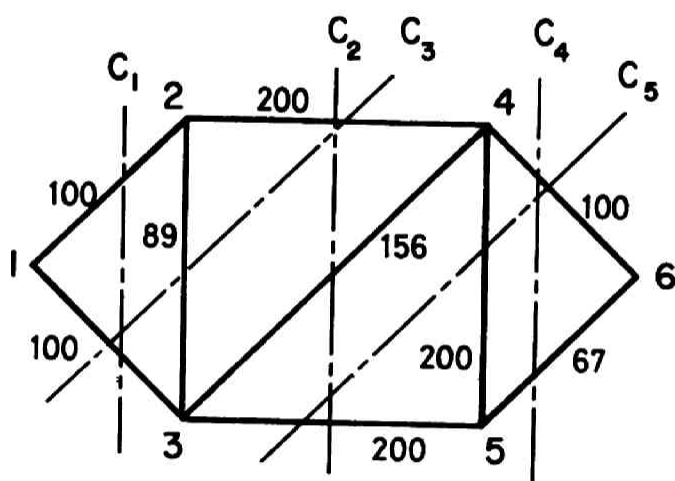


図-7. 2 絶対最大容量となるときの道路区間交通と式(7. 5)を満たすカット

$$P = \begin{matrix} & \begin{matrix} \text{ノード} \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} \text{ノード} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix} \quad (7. 12)$$

7.3 本研究における道路網容量の定義

ある道路区間について実時間的な面から見ると、交通量 X が増加するに伴ってその区間を走行するに要する時間 T も一般には増加する。そして、ある点を越えるとその後は交通量も次第に少なくなるというわれている。これを図示すると図-7. 3の曲線のようになる。しかし、ここでは実時間的な面での交通現象を対象とするのではなく、多数回繰返される交通現象を期待値的に検討しようとするものである。そこで、交通がたとえ渋滞しても、そのうちいずれは通過できるという現実的な面から考えて、たとえば便宜的に図-7. 4で示すような曲線でこの関係を表わしてもよいであろう。また、この場合道路区間の交通容量の考え方にもよるが、容量を絶対に超過することがで

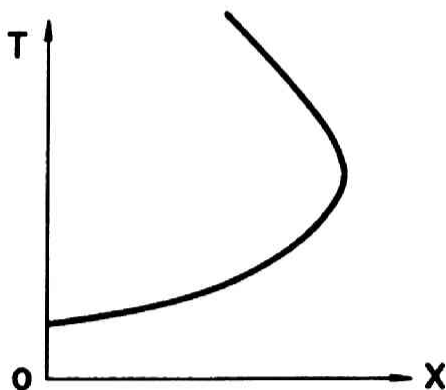


図-7. 3 実時間よりみた交通量と走行時間の関係

きない交通量と規定するならば、図-7 5のような曲線で表わすことも考えられる。ここに、図-7 4 7 5における X_c は道路区間の交通容量を表わす。しかし、本論文においては道路区間の容量は絶対に超過できない最大交通量ではなく、交通流がとくに停滞も起さないかなり円滑な状態で走行できる最大交通量と考えることにする。

交通工学用語で具体的にいえば、可能容量ではなく、**实用容量**と考えてよいであろう。このような走行時間と交通量の関係を表わす関数 $T = \phi(X)$ は走行時間関数²⁴⁾あるいは容量関数³⁰⁾とよばれており、これはある走行時間に対する道路区間の処理能力を表わすものである。そこで本論文では、この实用容量に相当する一定値の交通量をその道路区間の交通容量と定義し、図-7. 4に示されるような交通量が X_c を越えると走行時間が急激に増大するような容量曲線を用いることにする。

さて、単位OD交通量 P に総トリップ数 N を乗じると、各OD交通量 NP が求められるが、この NP を道路網に配分したとき、 N がかなり大きいといくつかの

道路区間でその交通容量を超過することが考えられる。いま道路区間の交通容量を両方向同じにして取扱うとすると、この容量を超過した道路区間集合の部分集合が、道路網を1つのグラフと見なしたとき、カットセットを形成しておれば、交通量 NP はその道路網の容量を越えていると定義する。ある道路区間で交通量がその容量を越えると途方もなく走行時間を要するようになるため、新しく発生する交通需要はすでに容量に達している道路区間はできるかぎり避け、距離的には少し遠回りにはなっても今までとは別な経路を選択するようになる。図-7 4、7 5の曲線を走行時間曲線といわずわざわざ容量曲線というのはこうしたことを表わそうとする意図からと思われる。³⁰⁾しかしながら、容量を超過した道路区間集合の部分集合が、カットセットを形成しておれば、このカットセットによって分断されるノード相互間のOD交通は必ず容量超過区間を通過しなければならないので、不必要に長い時間を要さなければトリップできないことになる。このようなOD交通が存在するとき、交通量 NP はその道路網容量を越えているということにするのである。こうして道路網の最大容量は、OD交通量 NP の N を漸次増大させていったとき、容量超過した道路区間集合の部分集合がはじめてカットセットをなす交通量 $N_c P$ と定義することができる。このことは実用的な表現を用いると、すべてのOD交通がとくに著しい渋滞に遭遇することなくかなり円滑な走行が可能な最大総トリップ数 N_c

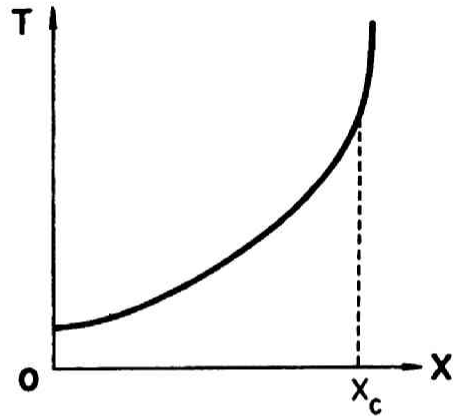


図-7 4 配分で用いる容量曲線(走行時間曲線)

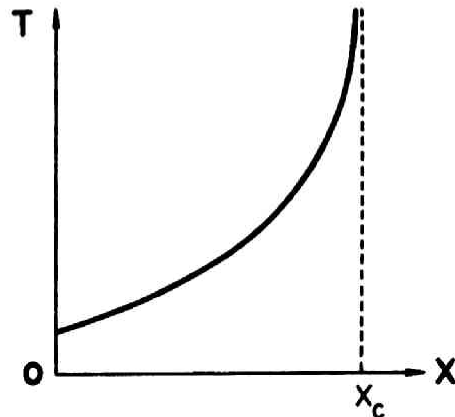


図-7. 5 配分で用いる容量曲線(走行時間曲線)

ということになる。

道路区間上の交通容量を両方向同じにして考えた場合には上のような方法で行なえるが、両方向を別個に考えていく場合には少し取扱い方が異なってくる。しかし、基本的にはその考え方に変わるところはない。つまり、容量を超過した道路区間にはそれ以上の交通量はほとんど流れないということであるから、その段階では実質的に存在しないことと同じであり除去しても考えてもよい。上の場合容量超過区間集合の部分集合がカットセットをなすということは、グラフ理論でいえばその道路網が連結でないグラフになるということである。すなわち、どのノードペアに対しても到達可能であるということが否定されることである。したがって、道路区間の交通容量を方向別に考えた道路網の最大容量も、容量超過区間を除去すると考えたとき、その道路網がはじめて非連結となる総トリップ数と定義することができる。この場合道路網の非連結性を表わすには、カットセットよりも隣接行列を用いる方が都合がよい。交差点の容量よりみた道路網容量もこれと同様に定義することができる。

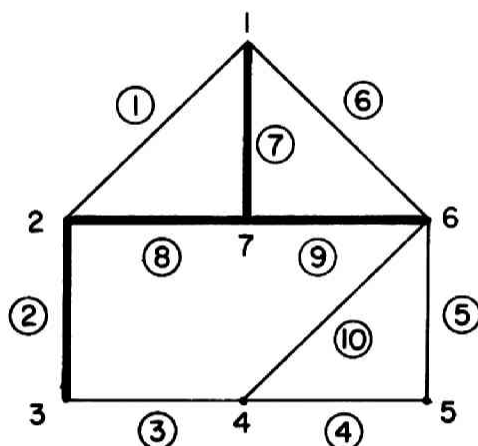
以上述べてきたように、本論文では固定されたODパターンにおけるOD交通量のある配分原則に従って漸次増加させていったとき、その道路網で処理されうる最大トリップ数を最大容量としている。したがって、西村論文や三好・山村論文でいう網の絶対的 maximum とは若干その観点が異っており、当然その値も一致しない。これは各運転者が自分自身の主観的判断で経路選択を行なっているかぎり網の絶対的 maximum まで交通量が流れることはまずあり得ないことであり、それに実際の道路網交通流の現象を眺めたとき、本研究のように考える方がより現実的と思われるからである。

道路網容量の定義については、この他にもたとえば、総走行時間最小化の配分原則を総費用最小化配分と置換えて考えてみた場合、ある一定費用のもとにおける最大輸送量と定義することもできる。ただし、この場合もやはりODパターンは固定されており、また容量関数は輸送量に対する費用関数とする。

7.4 道路網の非連結性の検定方法

7.4.1 道路区間の交通容量を両方向同じにして取扱う場合

図一7 6の道路網を例にとって考えていくことにしよう。太線で示す道路区間は交通量がその容



図一7 6 容量超過道路区間(太線で示す)

量に達している道路区間である。この太線の道路区間にはそれ以上の交通量は流れ得ないということであるから、実質的には存在しないことと同じである。そこで、その道路区間をすべて除去したのが図-7 7に示すものである。このとき、道路網をグラフとして見ると、グラフは2成分となって、

ノード集合は(1, 2, 3, 4, 5, 6)と(7)の部分に分離されている。つまり、このグラフは連結でなくなったということである。ただし、グラフにおける連結とはすべてのノードペアに対してリンク(あるいはアーク)を順次たどって到達することができる経路が少なくとも1本存在することをいう。そして、この取去ったリンク(アーク)の集合を非連結化集合という。しかしながら、この道路網の例において非連結なることを表わすためには道路区間⑦、⑧、⑨だけで十分である。無向グラフの場合は、このように非連結化集合のうちの最小なる部分集合でグラフの非連結性を表わすリンク

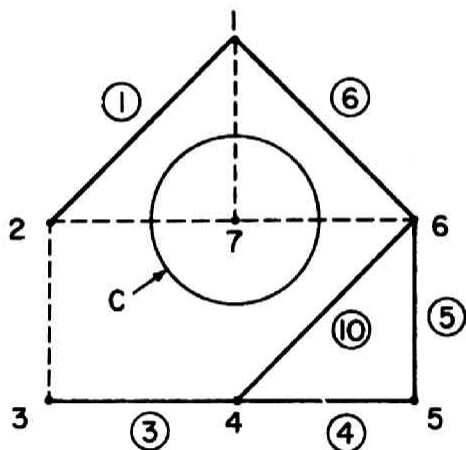


図-7 7 非連結性検討の道路網と
カットセットC

集合をカットセット²¹⁾とっているが、このカットセットを探索することによって容易にトリップが不能であるODペアを知ることができる。したがって、道路網の非連結性を検討していくときには、容量に達した道路区間の集合全体ではなく、その部分集合がカットセットをなしているかどうかを調べなくてはならない。また、総トリップ数を増加させていく段階で、容量に達した道路区間を順次除去していくのではなく、配分計算が終了するたびごとに区間交通量を調べ、容量に達している道路区間の集合について検討するようになっていくことが必要である。なぜなら、OD交通量が増大しても道路区間交通量は必ずしも増えるとは限らず逆に減ることもあるので、一たん容量に達した道路区間の交通量がその後再び容量内におさまることも考えられるからである。

道路区間容量を両方向同じにして取扱う場合(無向グラフで考える)の道路網の非連結性についての検定は次のような手順で実行することができる。

- (1) 対象道路網の接属行列Dにおいて、交通量が容量に達している道路区間(リンク)の列ベクトルの要素をすべて零にする。
- (2) 上で得られた新しい接属行列において、すべての要素が零となる行ベクトルが存在するかどうか調べる。存在すれば(4)へ、存在しなければ(3)へうつる。
- (3) 最上位(最上位でなければならない理由はないが便宜上このようにする)にある行ベクトルにおいてその要素が1である列を探索(多く存在する場合はそのうちのどれでもよい)し、次にこの列ベクトルにおいてその要素が1である行を求め、この行を最上位の行にmod2で加えて接属行列を退化させる。そして(2)にもどる。
- (4) 退化されてできた接属行列において零ベクトルなる行ベクトルが得られるためにこれまで加え

られてきた行ベクトルに対するノードを1、他のノードを零とするノード集合ベクトルVをつくる。

(5) このノード集合ベクトルVに、最初の接属行列Dをmod2で乗ずればカットセットが得られる。

手順(2)の計算ステップ回数は対象道路網のノード数がn個であれば(n-1)回まででよい。これは(n-1)回接属行列を退化しても要素のすべてが零である行ベクトルが見出されなければその道路網は明らかに連結であることを示しているからである。また、トリップ運行が不能なOD交通は、計算手順(4)で得られたノード集合ベクトルにおいて、1で表わせられたノード群と零で表わせられたノード群間の交通である。要するにこの計算方法の考え方は、容量超過の道路区間を取去った道路網において、あるノード(あとの計算例においては番号が1のノード)から出発して順次隣接ノードを結合させていったとき、この道路網が1つの点に退化するかどうかで連結性の判定を行なっていく。1点に退化しなければ非連結である。図-7.6を例として、この計算ステップの進行を具体的にグラフの変化で示したのが図-7.8である。計算ステップ5の状態になると、もはや結合できるノードが存在しないので計算はここで終了し、ノード集合が(1,2,3,4,5,6)と(7)の2つの部分に分離されていることがわかる。もちろんこの例では最初の計算ステップで、計算手順(2)の判定からノード7が孤立することが見出されるので実際にはこのような計算が実行されることはない。なお、このときのカットセットは第4章で用いた式(4.50)によってつぎのように求められる。

$$\begin{array}{c}
 \text{ノード} \begin{array}{ccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{array} \\
 \begin{array}{c} \text{リンク} \\ \text{ノード} \end{array} \begin{array}{cccccccccccc} \text{①} & \text{②} & \text{③} & \text{④} & \text{⑤} & \text{⑥} & \text{⑦} & \text{⑧} & \text{⑨} & \text{⑩} \\ \left[\begin{array}{ccccccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{array} \right] & \left(\begin{array}{cccccccccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{array} \right) \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccccccc} \text{①} & \text{②} & \text{③} & \text{④} & \text{⑤} & \text{⑥} & \text{⑦} & \text{⑧} & \text{⑨} & \text{⑩} \\ = & [& 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 &] & (\text{mod } 2), (7, 13) \end{array}$$

すなわち、カットセットは道路区間⑦, ⑧, ⑨からなる。

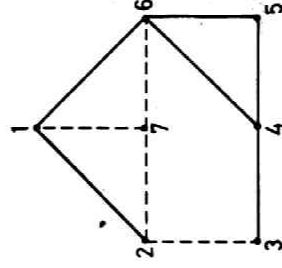
7.4.2 道路区間の交通容量を方向別に取扱う場合

道路区間上の交通容量を方向別に取扱うとき、上のような方法では道路網の非連結性を検定することは困難なので、隣接行列を応用したつぎのような方法を考える。

隣接行列の*i j*要素はノード*i*からノード*j*に向うアーク(道路区間)数であるが、これを*n*乗したときの \vec{M}^n の*i j*要素はノード*i*からノード*j*に至る長さが*n*個のアークから成る経路数を与えることに、矢印は方向を区別することを表わしており、無向グラフの場合は単にMで表わすことにする。

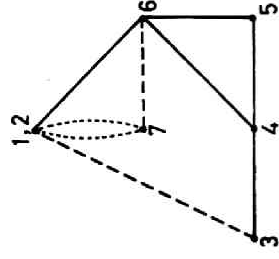
計算ステップ0

	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩
1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1
5	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0



計算ステップ1

	1+2	3	4	5	6	7
1+2	1	0	0	0	0	0
3	0	1	0	0	0	0
4	0	1	1	0	0	0
5	0	0	1	1	0	0
6	0	0	0	1	1	0
7	0	0	0	0	0	0



計算ステップ2

	1+2+6	3	4	5	7
1+2+6	1	0	0	0	0
3	0	1	0	0	0
4	0	1	1	0	0
5	0	0	1	1	0
7	0	0	0	0	0

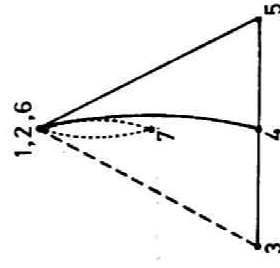
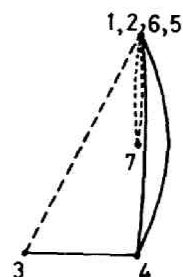
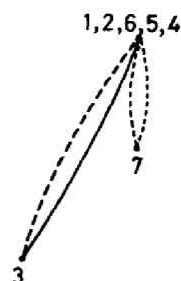


図-7 8 無向グラフとしてみた道路網の退化と非連結性の検定

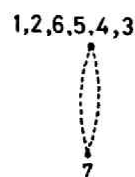
計算ステップ3	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩
1+2+6+5	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
3	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0



計算ステップ4	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩
1+2+6	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
+5+4	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0



計算ステップ5	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩
1+2+6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
+5+4+3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0



(図-7.8の続き)

そして、その i, j 要素はノード i と j を結ぶリンク数となる。たとえば、図-7.9の道路網の隣接行列を \vec{M} から \vec{M}^4 まで示すと以下のようなになる。ただし、図-7.9の点線で示されたアークは容量超過区間で除去されていることを表わしている。

$$\vec{M} = \begin{matrix} \begin{matrix} \text{ノード} \\ \text{ノード} \end{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix} \quad (7 \quad 14)$$

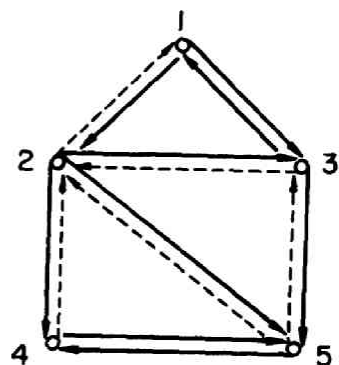


図-7.9 方向別に容量を考えたときの非連結性検討の道路網

$$\vec{M}^2 = \begin{array}{c} \begin{array}{c} \diagup - \text{ノ} \\ \diagdown - \text{ド} \end{array} \begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array} \quad (7. 15)$$

$$\vec{M}^3 = \begin{array}{c} \begin{array}{c} \diagup - \text{ノ} \\ \diagdown - \text{ド} \end{array} \begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array} \quad (7. 16)$$

$$\vec{M}^4 = \begin{array}{c} \begin{array}{c} \diagup - \text{ノ} \\ \diagdown - \text{ド} \end{array} \begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} & \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & 0 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array} \quad (7. 17)$$

いま \vec{M} から \vec{M}^4 まで加えると、この行列 L_4 の ij 要素は4個までのアークよりなるノード i からノード j に至る経路数をあらわしている。

$$L_4 = \vec{M} + \vec{M}^2 + \vec{M}^3 + \vec{M}^4$$

$$= \begin{array}{c} \begin{array}{c} \diagup - \text{ノ} \\ \diagdown - \text{ド} \end{array} \begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} & \begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 & 5 & 8 \\ 2 & 1 & 3 & 6 & 9 \\ 2 & 1 & 2 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 2 \end{pmatrix} \end{array} \quad (7. 18)$$

ノード数が n 個である道路網が連結であるとき、すべてのODペアは少なくとも $(n-1)$ 個のアーク

よりなる経路が存在すれば到達できるはずである。したがって、この場合の n は 5 であるから、 L_4 の行列においてその要素の値が零なる i, j は到達不能であることを表わしている。すなわち、ノード 4, 5 からノード 1, 2, 3 へ向う OD はトリップできないことを示している。

道路網の連結性を検討する場合には、OD 間の経路数は特に必要としないので、ここで隣接行列の意味を少し変え、その i, j 要素をノード i, j 間にアークが存在すれば 1、そうでなければ零というようにする。これを到達行列 \vec{R} ということにする。そして一般的に $\vec{R}^{(n)}$ の i, j 要素は、ノード i, j 間に n 個までのアークよりなる経路が 1 本でも存在すれば 1、そうでなければ零なる値をもつとしておく。

このようにしておく、道路区間の容量を方向別に考えたときの道路網の非連結性の検討はこの到達行列を用いることによってつぎのように行なうことができる。

(1) 到達行列 $\vec{R} = \vec{R}^{(1)}$ を 2 乗して、その i, j 要素が零でない値をとれば 1、零であれば零とする。そして、この行列を $\vec{H}^{(2)}$ とする。

(2) $\vec{R}^{(1)}$ に $\vec{H}^{(2)}$ を加え、その i, j 要素が零でない値をとれば 1、零であれば零とする。こうして、 $\vec{R}^{(2)}$ が求められる。

(3) 以後同じようにして、 $\vec{R}^{(k)}$ に \vec{R} を乗じて $\vec{H}^{(k+1)}$ を求め、これに $\vec{R}^{(k)}$ を加えることによって $\vec{R}^{(k+1)}$ を求める。

(4) 計算ステップ k において、 $\vec{R}^{(k)}$ と $\vec{R}^{(k+1)}$ のすべて i, j 要素が等しくなっているかどうか調べる。等しければ計算を終了し、等しくなければ (3) にもどる。

この演算における到達行列 $\vec{R}^{(k)}$ は、 k 個以内のアークからなる経路によってノード i からノード j に到達できるかどうかを示しているの、 $\vec{R}^{(k)}$ と $\vec{R}^{(k+1)}$ が全く同一であるということはそれ以後到達行列が変わることはあり得ない。したがって、その段階で道路網の非連結性が判定できる。この演算における計算ステップはたかだか $(n-1)$ まで行なえばよい。以下に図 7-9 の道路網でこの演算の例を示しておく。

計算ステップ 1

$$\vec{R} = \begin{matrix} & \begin{matrix} \nearrow \text{ノード} \\ \text{ノード} \searrow \end{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} & = \vec{R}^{(1)} \end{matrix} \quad (7. 19)$$

計算ステップ 2

$$\vec{R}^{(1)} \vec{R} = \begin{array}{c|ccccc} \text{ノード} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline \text{ノード} & & & & & \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} = \vec{H}^{(2)} \quad (7. \ 2 \ 0)$$

$$\vec{R}^{(1)} + \vec{H}^{(2)} \rightarrow \begin{array}{c|ccccc} \text{ノード} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline \text{ノード} & & & & & \\ 1 & 1* & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1* & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 1* & 1* & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 1* & 1 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1* \end{array} = \vec{R}^{(2)} \quad (7. \ 2 \ 1)$$

ここで*印がついているのは $\vec{R}^{(1)}$ から $\vec{R}^{(2)}$ に移ったとき、新たに出現した到達可能なノードペアである。

以後同様にして、

計算ステップ 3

$$\begin{array}{c|ccccc} \text{ノード} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline \text{ノード} & & & & & \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1* & 1* \\ 2 & 1 & 1* & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 & 1 & 1* & 1 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} = \vec{R}^{(3)} \quad (7. \ 2 \ 2)$$

計算ステップ 4

$$\begin{array}{c|ccccc} \text{ノード} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline \text{ノード} & & & & & \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} = \vec{R}^{(4)} \quad (7. \ 2 \ 3)$$

計算ステップ 4 以上計算を行っても、新たに到達可能なノードペアは出現しないのでここで演算

は終了する。こうして $\vec{R}^{(4)}$ から、到達不能OD交通はノード4, 5からノード1, 2, 3に向うトリップであることがわかる。なお、この演算方法は道路区間上の容量を両方向同じにして取扱う場合にも適用することができる。

7.4.3 交差点の容量を考慮する場合

道路網の容量はふつう交差点の容量によって決まってくると思われるが、このときの取扱いに関しては2通り考えることができる。1つは、交差点の容量をその流入部のみによって考えていく場合であり、他の1つは、さらに細かく右左折直進ごとの容量で考えていく場合である。流入部のみの容量から道路網の非連結性を考えていく場合には、7.4.2で述べた道路区間容量を方向別に取り扱う場合とまったく異なるところはなく、ただこのときは、道路区間の容量関数を交差点流入部の容量をも考慮したものにしておけばよい。しかしながら、交差点の右左折直進ごとに容量を考えていくときには少し面倒になってくる。この場合には道路網をつぎのように模式化して行なう。たとえば、図-7. 10

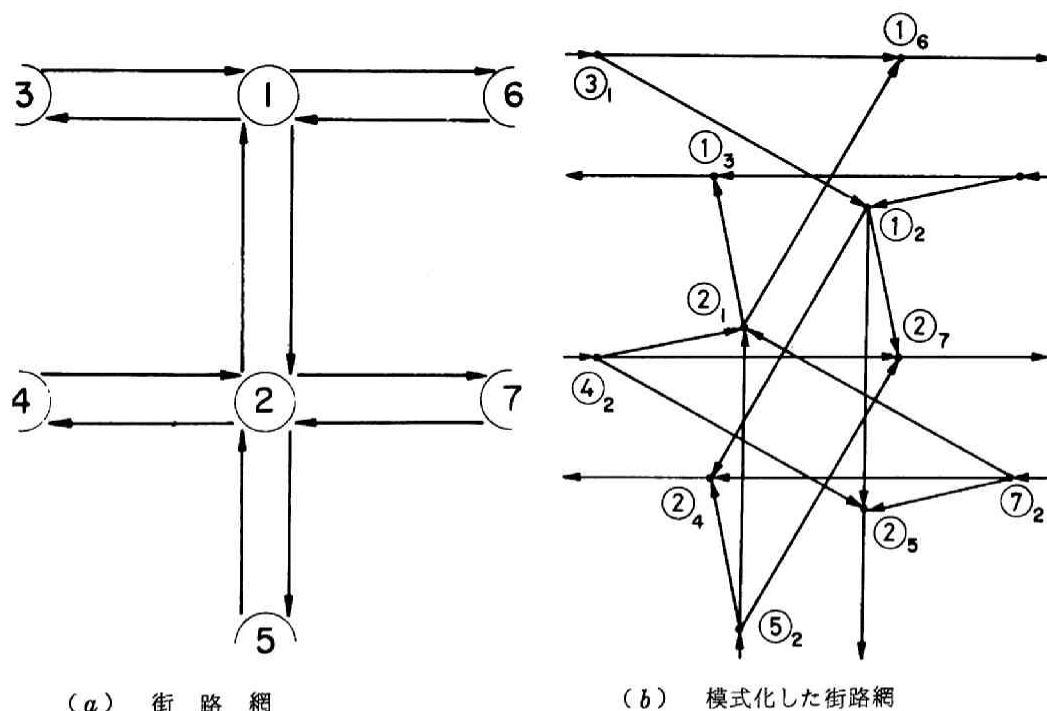


図-7 10 交差点における右左折直進の容量を考慮するときの模式図

(a) に示す隣接した交差点の右左折直進の状況を模式的にグラフ化すると (b) 図のようになる。アークは隣接交差点間の流出部から流出部を結んだものである。すなわち、このアークによってある交差点から流出した交通の隣接交差点への右左折直進が示されていることになる（あるいは、ある1つの交差点における流入部からの右左折直進による流出部への移行で表わしてもよい）。このようにしておけば、右左折直進ごとの容量を考慮したときの道路網の非連結性の検討も、やはり7.4.2で述

べた方法を用いることによって行なえる。しかし、その場合はノードの数が方向別に考えたときの道路区間の数の2倍（あるいは3倍）となってくる。また、容量関数は模式化されたグラフのアーキごとに設定していくことになるが、1つの交差点における右左折直進のそれぞれの交差容量は多くの場合独立ではないので、この点今後の課題として残されてくる。

7.5 計算例

7.5.1 区間容量を両方向同じに取扱う場合

第4章で用いた一定増分法の例題の道路網（図-4.26）とODパターン（表-4.8）を用いて計算例を行なってみる。このときの容量関数は次式で与える。ここに a 、 b 、 c は

$$T = aX + b + K \left(\frac{X}{c} \right)^n \quad (7.24)$$

の定数であるが、 a と b の値は上の第4章の例で与えた表-4.7と同じものを用いる。 c は道路区間容量であり、図-7.11(a)、7.12(a)のカッコ内に示してある。また K および n も定

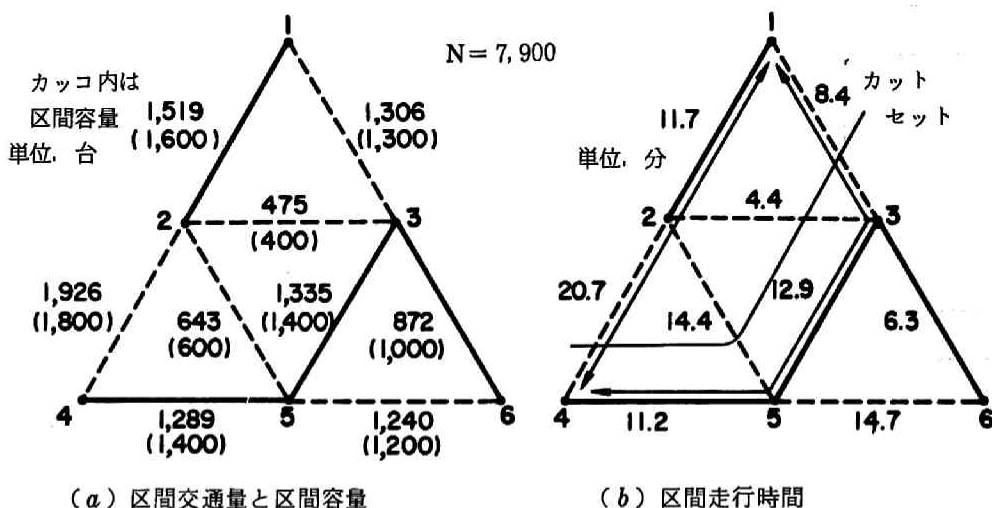


図-7.11 分割法による道路網が非連結となるときの（総トリップ数 $N = 7,900$ ）の交通状態

数であるが、ここでは $K = 1$ 、 $n = 1.0$ としておく。いま交通流が等時間原則に従うものとして道路網の最大容量を求めることにするが、分割配分法と改良分割法でカットセットおよび最大容量が異なる例を示しておく。なお総トリップ数の分割のきざみはいずれも100台としている。分割配分法によると総トリップ数 N が7,900台で、区間容量を超過する道路区間の部分集合が図-7.11(b)のごとくカットセットを形成し道路網が非連結となる。よってこの場合は総トリップ数が7,800台であれば、どのOD交通も経路の容量以下で走行できる比較的円滑な走行が可能な経路が必ず存在するので、この道路網の最大容量は総トリップ数7,800台とみなすことができる。一方改良分割法では、総トリップ数が8,100台のときはじめて図-7.12(b)のようなカットセットによって道

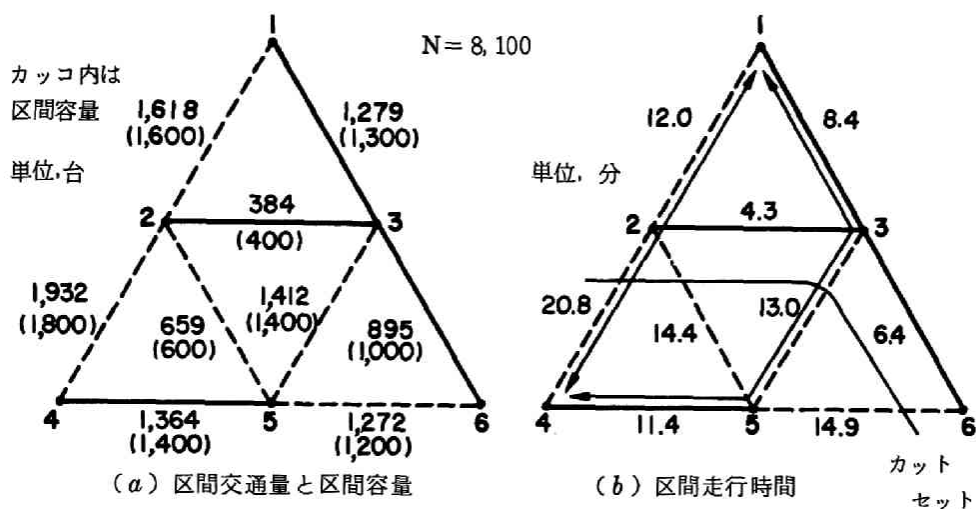


図-7 12 改良分割法による道路網が非連結となるときの(総トリップ数 $N=8,100$)の交通状態

路網が非連結となる。したがって、この場の道路網最大容量は総トリップ数8,000台ということが出来る。分割配分法で図-7. 11 (b) のようなカットセットが生ずるのは、第4章の一定増分法の例題(図-4. 26)と対比させてもわかるように、本来ならOD3-4の交通の経路3-2-4の経路は消滅しなければならないにもかかわらず、分割配分法ゆえに流れているためであって、それゆえ道路区間2-3の交通量が容量に達し、またこの交通量が他の経路の交通量にも影響を及ぼしているからである。しかし、改良分割法ではOD交通3-4に関する3-2-4の経路交通量が消滅し(本例では厳密に計算を行っていないので若干流れている)、すべて経路3-5-4を通るので、その結果道路区間3-5の交通量が容量に達し、さらにはこの影響がOD交通1-4にも波及し、その1-3-5-4の経路交通量が減少して容量内におさまリ、逆に1-2-4の経路交通量が増大して、容量に達し、結局図-7 12 (b) のようなカットセットが出現する。

この例は分割法と改良分割法によって解に差異の生ずるほんの一例にすぎないが、定数 a 、 b 、 c やODパターンによってさらに顕著な差が出てくることが考えられる。

7.5.2 区間容量を両方向別々に取扱う場合

この例に対する単位OD表と容量関数の a 、 b 、 c の値はそれぞれ表-7 1、7 2にそれぞれ示しており、また容量関数は式(7 25)を用いる。 $K=1$ 、 $n=10$ とする。さきと同様に交通流が等時間原則に従うものとして分割法によってきざみ幅が100台で配分計算したところ、総トリップ数が13,300台で道路網が非連結となり、ノード4、5からノード1、2、3に向うOD交通は交通渋滞に遭遇しないこ

表-7 1 単位OD表 ($\times 10^3$)

	1	2	3	4	5
1		8	18	21	15
2	109		10	26	23
3	13	52		18	20
4	129	20	118		17
5	83	111	155	34	

とにはトリップできないことになる。(このときの経路区間交通量は表-7.3に示している)。よって、この場合の最大容量は総トリップ数 13,200 台となる。

上で示した2つの計算例では交通量がその区間容量をかなり上回っているところがいくつか見られるが、この超過容量を僅少で押えるためには容量関数における n の値をできるかぎり大きくしておけばよい。

7.6 結 語

以上のように道路網の容量に対する考え方を述べてきたが、ここでは流れ得る絶対的 maximum を対象とするのではなく、固定されたODパターン(OD交通量の相対比)のもとにおいて交通流がある原則に従って

表-7.2 a, b, cの値

道路区間	$a(\times 10^3 \text{ 分/台})$	b (分)	c (台)
1-2	0.405	3	6,000
2-1	2.031	3	2,000
1-3	0.405	3	6,000
3-1	0.405	3	6,000
2-3	0.860	4	5,000
3-2	0.860	4	5,000
2-4	1.232	4	4,000
4-2	2.708	4	2,000
2-5	1.275	5	5,000
5-2	3.385	5	2,000
3-5	0.860	4	5,000
5-3	1.840	4	3,000
4-5	0.405	3	6,000
5-4	0.405	3	6,000

表-7.3 道路網が非連結となるとき(総トリップ数 $N=13,300$ 台)の経路区間交通量, 単位, 台

OD		経 由 道 路 区 間 交 通 量													
発	着	1-2	2-1	1-3	3-1	2-3	3-2	2-4	4-2	2-5	5-2	3-5	5-3	4-5	5-4
1	2	105	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	3	0	0	236	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	4	275	0	0	0	0	0	275	0	0	0	0	0	0	0
	5	0	0	197	0	0	0	0	0	0	0	197	0	0	0
2	1	0	992	0	436	436	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	3	0	0	0	0	131	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	4	0	0	0	0	0	0	341	0	0	0	0	0	0	0
	5	0	0	0	0	0	0	0	0	301	0	0	0	0	0
3	1	0	0	0	170	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	2	0	0	0	0	0	681	0	0	0	0	0	0	0	0
	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	236	0	0	236
	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	262	0	0	0
4	1	0	1161	0	529	426	0	0	1471	0	116	0	103	219	0
	2	0	0	0	0	0	0	0	244	0	18	0	0	18	0
	3	0	0	0	0	767	0	0	661	0	106	0	779	885	0
	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	223	0
5	1	0	17	0	1071	83	0	0	0	0	100	0	988	0	0
	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1454	0	0	0	0
	3	0	0	0	0	186	0	0	0	0	186	0	1845	0	0
	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	445

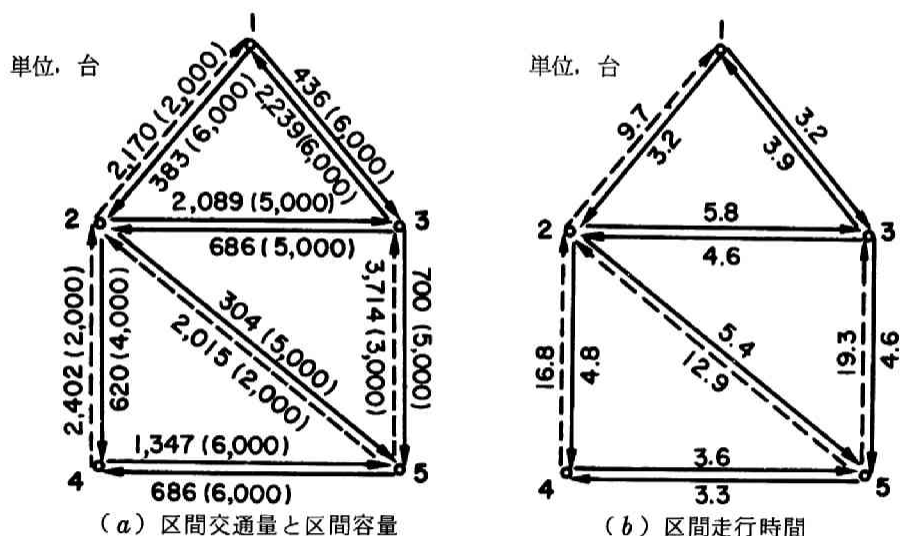


図-7.13 道路網が非連結となるとき（総トリップ数 $N=13,300$ 台）の区間交通量と走行時間

流れたときの最大容量を対象としている。これは各ODトリップが道路網の絶対的の最大容量を満たすように運行することはまず事実上考えられないからである。このような観点から本論文においては道路網の最大容量をつぎのように定義している。すなわち、OD交通量を漸次増加させて配分し、容量に達した道路区間集合を除去した場合、道路網が連結性をもちうる最大トリップ数をその道路網容量とするのである。いま各道路区間の交通容量をとくに渋滞も起さないかなり円滑な状態で走行できる交通量とし一定値を与えておくと、総トリップ数がこれ以上になったとき、著しい交通渋滞に遭遇しなければトリップできないOD交通が必ず存在するということである。これをグラフ理論からいえば道路網が非連結となって到達不能なOD交通が出現するということになる。

この道路網の非連結性の検定は、道路区間の交通容量を両方向同じにして取扱うときは無向グラフとして考えればよいからカットセットを用いて行なうことができ、また両方向を別個に取扱うときは隣接行列を応用した到達行列を用いることによって行なうことができる。ところで、道路網の容量は多くの場合交差点の容量によって決まってくると思われるが、このとき交差点流入部のみの容量によって考えるか、右左折直進ごとの容量で考えるかによってその取扱い方が少し異なってくる。流入部のみの場合は、さきの道路区間容量を方向別に取扱うときと基本的には同じであり、ただ容量関数を交差点流入部も考慮したものにしておけばよい。一方、右左折直進ごとに容量を考える場合には、隣接交差点間の流出部から流出部（あるいは、1つの交差点における流入部から流出部）への移行をアークで表わして道路網を模式化すると、やはり到達行列を用いて行なうことができる。~~そのときノード~~の数は道路区間容量を方向別に考えた7.4.2の場合の2倍（あるいは3倍）となる。問題は右左折直進の容量関数をいかに設定するかであるが、これは今後の課題として残されている。

最後に道路網容量を決定するにあたっての配分原則の適用については、対象とする交通がどのよう

な性質のものであるかということと、評価における問題点や適用するにあたっての正当性などを考慮して行なっていくことが必要と思われる。また計算方法については、前章までに説明してきたいずれの方法を用いてもよいが、実用的な見地から見ればなるべく簡便に行なえることが望ましい。それには分割法の適用が妥当と考えられる。ただし、分割法ではきざみを小さくしても必ずしも各配分原則の厳密解が求められるとはかぎらないので、必要であれば改良分割法の適用も考慮すべきである。その際、きざみ幅については要求される解の精度に応じて適宜決定すればよいであろう。

第8章 結 論

以上交通量配分理論を中心として道路網交通流について述べてきたが、これをまとめると以下のよう結論が得られる。

まず最初に、これまでに数多く提案されてきた配分法も、その大部分は時間比原則、等時間原則、総走行時間最小化原則の3つの原則に分類できることである。ここに、時間比原則配分とは、あるOD交通についてみたとき走行時間の短い経路ほどその選択率が高いという配分であり、等時間原則配分とは、あるOD交通に関する利用経路の走行時間は等しく、利用しない経路はそれ以上の走行時間を要するという配分である。また、総走行時間最小化原則配分とは、道路網の運用効率を最大にするべく、その走行時間の総計を最小にする配分である。そして、これらの各原則にもとづいた配分を解析的な手法で行なう場合、その変量の取扱い方には各OD交通ごとの経路交通量、同じく経路区間交通量、および全てのOD総計としての道路区間交通量の3通りが考えられる。交通量配分は別名経路選択の問題ともいわれており、そのため経路交通量を変量として解析が行なわれることが多いが、この方法の特徴は何といっても交差点の影響が考慮できることにある。しかし反面、取扱い変数の数が一般には多くなることや解析にあたっての作業が比較的煩雑である欠点をもつ。また、各OD交通ごとの経路区間交通量を変量とする方法は、その方向を区別した場合道路網の形を表わす接属行列が与えられると容易に配分式が形成できるので、マルチコモディティフローの解析を行なう場合は通常この方法がよく用いられる。一方、全OD総計としての道路区間交通量を変量とする方法は、OD交通の数にかかわらず取扱う変数の数は道路区間の数だけでよいので、上記の2つの方法に比べて変数が著しく少なくて済むのが特徴である。本論文においては時間比原則は経路交通量で、等時間原則は経路交通量と全OD区間交通量で、総走行時間最小化原則は経路交通量と経路区間交通量でそれぞれ配分を定式化し、新しい解法を確立するとともに、その考察を行なったものである。その結果は次のとおりである。

まず時間比原則配分では、その配分一般式は経路選択率が走行時間の逆比の n 乗で示されることである。このとき、走行時間は交通量に依存しているので、配分一般式は高次連立方程式となり解の唯一性が問題となるが、経路指定の仕方によってそれぞれ固有の一意解の存在することが確かめられた。また、配分式における時間比係数 n の値が大きくなると、経路間の走行時間差は次第になくなり等時間原則配分に近づく。逆に小さくなると、各OD交通量はその間の経路に一樣に配分される均等配分に近づく。このことから時間比係数 n は、運転者群が全体として経路選択に関する情報をどの程度得ているかを示すパラメータとも考えられる。この配分計算は個々のOD交通の時間比原則が満足されるよう繰返計算を行なうことによって実行されるが、この配分原則の評価の際における問題点は、経路指定と時間比係数 n の与え方によって配分結果が異なってくることである。

つぎに等時間原則配分では、これを経路交通量を変量として定式化すると、OD交通が多く積重なった場合、等時間条件式の一次独立性が一般的には失なわれてくる。したがって、変数の数に対して条件

式の数の不足することから、全OD総計としての道路区間交通量が定まっても、各OD個別にみた経路交通量は唯一に定まらず、道路区間交通量のOD別内訳は無数であることがいえる。もしこれを一意的に定めたい場合には、つぎのような2つの立場を導入して行なうことができる。その1つは、OD交通のトリップ距離が長くなるほどその途中経路に関する情報が乏しくなると考えた情報不均等な立場であり、他の1つは、トリップ距離の長短にかかわらずその間の経路に関する情報量が等しいと考えた情報均等な立場である。この情報均等な立場は佐佐木論文でいう配分比条件に相当すると考えてよい。情報不均等な立場では等時間条件式が一次従属であるOD交通の経路交通量を長距離トリップのものから先決し、一次独立であるOD交通の経路交通量はこの先決された経路交通量を等時間条件式とOD条件式よりなる連立方程式に代入することによって求められる。また、情報均等な場合の配分計算は、情報不均等な立場から出発し、繰返しによる収束計算によって求められる。ところで等時間経路、すなわち等時間パターンの探索は、これまで各OD交通の経路を唯一本と限定した第1次配分法によって行なっていたが、この方法では困難であることがわかった。そこで、ODパターン（OD交通量の相対比）一定のもとに総トリップ数を漸増させながら配分を行なって等時間パターンを求めることにした。またこの場合、各OD交通の経路交通量は唯一に定まらないことから、全OD総計としての道路区間交通量を変量として行なうことを考えた。これがカット法である。すなわち、カットとは道路網を切断したときの断面交通量に関するカット方程式と、道路網内の等時間パターンに対応する等時間方程式で構成される連立方程式によって、全OD道路区間交通量を求める方法である。このカット法では変量（道路区間）の数だけ常に一次独立なカット条件式と等時間条件式の成立することがいえるので、道路網がどのような形をしていても等時間配分を行なうことができる。カット法の配分計算は、ODパターン一定のもとに総トリップ数を漸増させ、逐次等時間パターンの変化を追うことによって行なう。このとき、等時間パターン（等時間条件式）が先決されるので、カット条件式はこのパターンに対応した一次独立なものを必要な個数だけ探索すればよい。このカット法による計算例から得られた興味ある結果は、総トリップ数が増加しても交通量の減る道路区間が存在することで、そのため総トリップ数が増えると既存経路が消滅して道路網の同じループ内でも等時間パターンがまったく異なったものになることがあることがわかったことである。なお、道路区間交通量が増加しても既存経路の消滅することもある。ところで、カット法は道路区間の交通量と走行時間の関係が非線型となっても、これを折線で近似すれば上の方法がそのまま用いることができる。また、カット法はもともと等時間配分を行なうために著者が考えてきたものであるが、容量関数（走行時間関数）を変換することによって総走行時間最小化配分にも適用することができる。⁴

総走行時間最小化原則配分は、走行時間と交通量の関係が1次式で表わされると仮定すると2次計画法で定式化される。このとき、目的関数は凸であるため得られた解は最適解であることが保証されている。しかしながら2次計画法では、解法によっても異なると思われるが、本論文で用いたWolfeの解法では実変数の約4倍の変数の数を必要とするので、大規模な道路網に対してはたとえばマルチコピー的な繰返しによる計算方法によるなど、別の面からの工夫を行なう必要がある。なお、この場

合は与えられたOD交通量が、各道路区間に容量制限を有する対象道路網で処理可能かどうか別に検討しておく必要がある。また、走行時間と交通量の関係が非線型になったときは反復線型計画法やSUMT法の応用が可能である。

さて、実用的な見地に立てば、各原則にもとづいた配分計算は次のような近似計算法で行なうことができる。まず時間比原則では、OD交通量を何層かに分割しておいて、ある層を配分するとに道路区間の走行時間を修正し、次層の配分はこの修正された走行時間比のもとに行なう方法である。しかし、この方法では分割のきざみ幅をいくら小さくしても収束計算法による解とは一致せず、ある程度までしか近づかない。この方法は次に述べる一般にいわれる分割法とは異なるものであるが、本論文では分割法とよぶことにしている。一般にいわれる分割法とは、実用的な方法としてこれまで最もよく用いられている配分法で、分割された各層のOD交通量を修正された走行時間のもとでその各最短経路に配分する方法である。分割法の妥当性やその理論的根拠についてはこれまであまり論究されたことはなかったが、この分割法は等時間原則を満たすべく配分を行っていたことがいえる。なぜなら、この分割法は上の時間比配分の分割法において n が無大のときに相当しているからである。等時間原則配分が分割法で行なえとなると、さきに述べたように容量関数（走行時間関数）を変換することによって総走行時間最小化原則配分も分割法で行なうことができる。しかしながら、分割配分法ではいくらきざみ幅を小さくしても、既存経路の消滅することがあるので、必ずしも等時間原則あるいは総走行時間最小化原則を満たすとはかぎらない。ただし、既存経路の消滅しないときは一致する。したがって、既存経路の消滅が可能な改良分割法を考えることができる。いずれにしろ、分割配分法は各配分原則に対する近似計算法として位置づけることができ、実用的にはきわめて有用であるといえる。分割配分法はOR関係においてはIA法（Incremental Assignment Method）といわれるものであり、総走行時間最小化配分（総費用最小化配分）に対する近似計算法として位置づけられているが、そうでないことは上の説明から明らかである。

ところで、これまでは優れた配分モデルといえば現実の交通量によく適合するモデルであるというのが一般的な考え方であったが、単にこれだけでは根拠に乏しいといわねばならない。なぜなら上記のいずれの原則で配分を行なっても配分結果にはほとんど差のない場合があるからである。また、各配分原則ともOD交通量が増大すれば、その配分パターン（区間交通量の相対比）は総走行時間が小さくなるように変化するが、とくに等時間原則と総走行時間最小化原則の配分結果はOD交通量の増大とともに次第に差がなくなってくる。したがって、配分モデルはよく適合することよりはむしろ交通現象をうまく説明できることの方が重要と考えられる。配分モデルを構成する理論の前提や仮定が現実により近いものであれば当然よく適合してくるはずである。このような観点から配分原則の適用に関しては、対象とする交通が何で、どのような性質を有しているかということのほか、評価の際における客観性についても考慮して行なう必要があると思われる。そこで各配分原則の適用を大まかに分類してみるとつぎのように考えられる。時間比原則はトリップ距離が割合長い都市間道路網などを対象とする場合、等時間原則は都市内街路網などのように比較的对象範囲の狭い場合、総走行時間最小

化原則は各トリップの運行経路がコントロールされてしかるべき効率最大を目的とする交通を対象とする場合に適用するのが妥当と思われる。

ここで各配分原則の評価上の問題点を整理して述べておくと以下になる。時間比原則は経路指定と時間比係数 n の与え方によって結果が異なり、計画者の恣意性が入る余地が多い。等時間原則では各OD交通ごとの経路と道路区間交通量は一意的に定まるが、道路区間交通量のOD別内訳は任意である。総走行時間最小化原則についても同じことがいえる。したがって、あとの2つの配分原則では、経路交通量で配分結果を評価するよりは、道路区間交通量で評価する方が問題が少ないと思われる。分割法を用いた場合でも以上のようなことを考慮して評価することが必要と思われる。

道路網の容量に対する考え方には、網内で流れ得る絶対的最大容量と交通流がある原則に従って流れるとしたときの2通りが考えられる。ただし、いずれの場合もODパターンは固定されているとする。しかし本論文では後者の観点より考察を進めている。これは各ODトリップが道路網の絶対最大容量を満たすように運行することは事実上考えられないからである。こうして本文では道路網の最大容量はOD交通量を増加させていったとき配分交通量が容量に達した道路区間集合を道路網から除去しても連結である最大トリップ数と定義している。すなわち、各道路区間の交通量をとくに渋滞も起さず正常な状態な走行できる交通量としておくと、どのOD交通もそのような状態で走行できる最大トリップ数ということになる。道路網の非連結性の検定は、道路区間の交通容量を両方向同じに取扱うときはカットセットで、両方向を別個に取扱うときは隣接行列を応用した到達行列を用いることによって行なうことができる。また、道路網の容量は概して交差点の容量によって決まってくると思われるがこのとき交差点流入部のみの容量によって考えるか、右左折直進ごとの容量で考えるかによって、計算技術的にはその取扱い方が異なってくる。流入部のみの場合は、容量関数を交差点流入部も考慮したものによればよく、それ以外は上の方角別に道路区間容量を取扱うときと同じように行なえる。右左折直進ごとに容量を考える場合は、交差点流出部をノードで、隣接交差点間の流出部から流出部への移行をアークで表わして道路網を模式化し、やはり到達行列を用いて行なうことができる。このときノードの数は方向別に考えた道路区間の2倍となる。問題は右左折直進に対する容量関数をいかに設定するかであるが、これは今後の課題として残されている。道路網容量の算定における配分原則の適用についてはすでに述べたとおりで、簡便に計算を行なうためには分割法（改良分割法も含む）が有利であるが、そのきざみ幅については要求される解の精度に応じて決めなければならない。

以上のように本研究では、時間比、等時間、総走行時間最小化の各配分原則にもとづいて、新しい手法をそれぞれ開発するとともに、配分原則間相互の関連性について考察してきた。同時に実用的な見地から各配分原則に対する近似計算法も示した。さらにこれらの交通量配分の問題と関連づけて、道路網の最大容量の評価法についても考究した。

引用文献

- 1) Stephens, B.W., Rosen, D.A., Mammano, F.J. and Gibbs, W.L. : Third Generation Destination Signing-An Electronic Route Guidance System-Highway Research Record, No 265, 1968, PP. 1 - 18
- 2) たとえば, 星野哲三: 交通量配分理論の分類と特質, 高速道路と自動車, Vol XII, No 8, 1969, PP. 27 - 34.
- 3) 飯田恭敬: 交通量配分の諸原則とその近似計算法について, 土木学会論文報告集, 第 195 号, 1971, 11 月, PP. 109 - 116.
- 4) 星野哲三: 道路網における交通量配分の理論, 道路, 1960, 9 月, PP. 701 - 712
- 5) 加藤晃: 道路網における交通流配分の解析, 土木学会論文集, 第 129 号, 昭和 41 年, 5 月, PP. 23 - 32
- 6) 飯田恭敬: 交通量による影響を考慮した時間比交通量配分, 高速道路と自動車, Vol XIII, No 5 1970, PP. 28 - 38.
- 7) Wardrop, J.G. : Some Theoretical Aspect of Road Research, Proceedings, Institute of Civil Engineers, Part 2, 1952, PP. 325 - 378.
- 8) 佐佐木綱: 道路網における交通量の配分方法, 日本地域学会年報, 第 2 号, 1963, PP. 19 - 34.
- 9) 飯田恭敬: パスフローを用いた等時間原則による交通量配分, 土木学会論文報告集, 第 168 号, 1969. 8 月, PP. 45 - 57.
- 10) 飯田恭敬, 井上博司, 魚住隆彰: カット法による交通量配分, 土木学会論文報告集, 第 196 号, 12 月, PP. 95 - 103.
- 11) 飯田恭敬: カット法による等時間原則配分—三角型道路網への適用—, 交通工学, Vol. No 6. 1970, PP. 26 - 38.
- 12) 佐佐木綱: 道路網における輸送計画について, 第 4 回日本道路会議論文集, 1957, PP. 43 - 46.
- 13) たとえば, Yang, T.C. and Snell, R.R. Traffic Assignment by Maximum Principle, Journal of the Highway Division, Proceedings of ASCE, 1966, PP. 1 - 14.
- 14) 米谷栄二, 飯田恭敬, 辻本有一: 2 次計画法による交通量配分, 土木学会論文報告集, 第 167 号, 1969, 7 月, PP. 23 - 31
- 15) 井上博司: 輸送計画的配分および等時間原則による配分に関する研究, 土木学会第 25 回年次学術講演集, 第 4 部, 1970, PP. 113 - 114
- 16) たとえば, 名古屋周辺道路網整備計画調査報告書, 配分交通量将来計画編, 中部地方建設局, 1966, 2 月.
- 17) 森口繁一, 伊理正夫, 長谷川彰: 多種流輸送問題の 1 つの逐次近似解法, OR 学会秋季研究発表会アブストラクト集, 1970. PP. 21 - 22.

- 18) 飯田恭敬：道路網の最大容量の評価法について，土木学会第26回年次講演会講演集，第4部門，1971，PP. 171 - 172
- 19) 西村昂：道路網の最大フローの存在範囲について，土木学会第23回年次講演会講演集，第4部門，1968，PP. 431 - 432.
- 20) 山村信吾，三好逸二：道路網における最大トリップ数について，土木学会第23回年次学術講演会講演集，第4部門，1968，PP. 429 - 430
- 21) Busacker, R.G. and Saaty, T.L. : Finite Graphs and Networks An Introduction with Applications, McGraw Hill Book, 1965.
- 22) たとえば，三好逸二：ネットワークトポロジーによる交通量配分に関する研究，京都大学工学研究科修士論文，1969.
- 23) 同，竹本恒行：道路網計画と交通量配分に関連する基礎的考察，京都大学工学研究科修士論文，1970
- 24) Snell, R.R. Funk, M.L., Fan, L.T., Tillman F.A.: Travel Assignment with a Nonlinear Travel-Time Function, Transportation Science, Vol. 2, No 2, May, 1968, PP. 146 - 159.
- 25) 井上博司：交通量配分の数学的手法に関する研究，京都大学工学研究科修士論文，1971
- 26) 米谷栄二，渡辺新三，毛利正光：交通工学，国民科学社，1965.
- 27) Irwin, N.A., Dodd, N. and Von Cube, H.G.: Capacity Restraint in Assignment Programs, HRB Bulletin 297, 1961, PP. 109 - 127
- 28) たとえば，24)
- 29) Beckmann, M.J. : On the Theory of Traffic Flow in Network, Traffic Quarterly, January, 1967, PP. 109 - 117
- 30) たとえば，27)
- 31) Overgaard, K.R. 著，佐佐木綱訳：都市交通運輸計画における交通量推定，関西鉄道協会，都市交通研究所
- 32) 星野哲三：道路網における交通配分の方法理論(2)，道路，1969，10月号，PP. 27 - 34.
- 33) 飯田恭敬，都市高速道路の最適規模決定方法，高速道路と自動車，Vol. VII, No 11, 1969. PP. 27 - 35.
- 34) 米谷栄二，飯田恭敬，時間比による交通量配分法，第9回日本道路会議論文集，昭和44年，PP. 477 - 478.
- 35) 榎木義一，砂原善文：統計学的手法による自動制御理論，オーム社，昭和43年.
- 36) Smock, R.B. : A Comparative Description of a Capacity-Restrained Traffic Assignment, HRB, Highway Research Record, No 6, 1963, PP. 12 - 40.
- 37) Mosher, W.W. : A Capacity-Restraint Algorithm for Assigning Flow to Transport

Network, HRB, Highway Research Record, No 6, 1963, PP. 41 - 68

- 38) Overgaard, K.R. : Testing a Traffic Assignment Algorithm, Paper presented at 3rd International Symposium on Theory of Traffic Flow, New York, 1965
- 39) 小野寺力男：グラフ理論の基礎，数学ライブラリー 6，森北出版，1968。
- 40) Hitchcock, F.L. : The distribution of a Commodity from Various Sources. Jour. of Math. Physics¹ 20, 1941, PP. 221 - 230.
- 41) Koopmans, T.C. : Optimum Utilization of the Transportation System. Econometrica, Supple., 1949, PP. 136 - 149.
- 42) Danzig, D.B. : Linear Programming and Extension, Princeton University Press, New Jersey; 1963.
- 43) 三根久：オペレーションズリサーチ上巻，朝倉書店，1966。
- 44) 長尚，構造物の最適設計，朝倉書店，1966。
- 45) 清水清孝：システム制御と数理計画法，コロナ社，1971。
- 46) 松井寛：非線形な走行時間関数を用いた輸送計画的配分，第 10 回日本道路会議一般論文集，PP. 15 - 16，1971

なお，上記の引用文献の他にも参考にした主な文献を以下に掲げておく。（発表年次順）

- 1) 坂下昇：交通量配分の微視的理論について，高速道路と自動車，Vol. V No 8，1962。
- 2) 加藤晃：道路網計画における交通流解析の適用，道路，9月号，10月号，1964。
- 3) 佐佐木綱：吸収マルコフ過程による交通量配分理論，土木学会論文集，第 121 号，昭和 40 年，9月。
- 4) 北山種夫，戸山一雄，堀江幸男：新しい手法を応用した道路網の交通量配分，高速道路と自動車，Vol. X, No 8，1967
- 5) 五十嵐日出夫，山村悦夫，佐藤馨一：道路網における交通量配分計算法に関する研究，土木学会第 22 回年次学術講演会講演集 IV，1967。
- 6) 内田一郎，坂本修一：道路網における交通量配分の一方法，土木学会第 23 回年次学術講演会講演集 IV，1968。
- 7) 山村悦夫：幹線道路網の交通量配分計算法について，土木学会第 23 回年次学術講演会講演集 IV，1968。
- 8) 星野哲三：道路網における交通量配分の方法理論，(1)，(3)，道路，9月号，12月号，1969。
- 9) 杉恵頼寧：交通需要推計におけるネットワークシミュレーションの方法論的研究，東京大学工学部都市工学科井上・新谷研究室，研究報告 No 2，1971
- 10) 松井寛：確率最大化による交通量配分理論，交通工学，Vol. 6, No 5，1971

